

DOI: 10.31319/2519-2884.48.2026.4

UDC 621.865.8

**Romaniuk Oleksandr**, Candidate of technical sciences, Associate professor department of Industrial Engineering Department

**Telipko Leonid**, Candidate of technical sciences, Associate professor department of Industrial Engineering Department

**Romaniuk Yaroslav**, Postgraduate Student

**Zhukov Fedor**, Postgraduate Student

**Nevstakay Oleksandr**, Postgraduate Student

Dnieper State Technical University, Kamianske

**Романюк О.Д.**, к. т. н., доцент, ORCID 0000-0003-1931-5507,

e-mail: oleksandrromaniuk5@gmail.com

**Теліпко Л.П.**, к. т. н., доцент, ORCID 0000-0003-3165-3920, e-mail: leo46din@gmail.com

**Романюк Я.О.**, здобувач третього (доктор філософії) рівня вищої освіти,

ORCID: 0009-0001-1343-2211, e-mail: romaniuk.yaroslav1987@gmail.com

**Жуков Ф.Ф.**, здобувач третього (доктор філософії) рівня вищої освіти, e-mail:

f.zhukov@novol.ua

**Невстакай О.С.**, здобувач третього (доктор філософії) рівня вищої освіти

Дніпровський державний технічний університет, м. Кам'янське

## OPTIMIZATION OF THE MAIN CHARACTERISTICS OF A GEAR TRANSMISSION AIMED AT REDUCING VIBRATION-INDUCED DYNAMIC LOADS

*A dynamic model of a gear transmission has been developed taking into account the elastic properties of gear wheels and shaft supports, which describe the corresponding oscillatory processes and make it possible, in an interactive mode, to solve optimization problems of the main transmission characteristics in order to reduce vibration-induced dynamic loads.*

**Keywords:** mechanical transmission; gear wheel; meshin; stiffness; amplitude.

*Розроблена динамічна модель механічної передачі зачепленням з урахуванням пружності зубчастих коліс та опор валів, яка описує відповідні коливальні процеси, дає можливість у діалоговому режимі вирішувати завдання оптимізації основних характеристик передачі з метою зниження динамічних навантажень вібраційного характеру.*

**Ключові слова:** механічна передача; зубчасті колеса; зачеплення; жорсткість; амплітуда.

### Problem's Formulation

The solution of multicriteria engineering problems based on mathematical modeling methods provides an extended understanding of the interrelationships between components and parts of the designed machine or mechanism as a whole. It also allows purposeful variation of the main parameters of the mechanism, and, if necessary, its design, in order to achieve the stated objective. Based on modeling data, the behavior of a corresponding unit or mechanism under extreme operating conditions can be evaluated. However, as a rule, most models do not take into account the elastic properties of structural elements, and, accordingly, oscillatory processes arising during the operation of mechanisms are ignored, although they can significantly affect strength and durability. Therefore, the development of a dynamic model of a gear transmission that accounts for the elasticity of its elements in order to determine the corresponding oscillatory processes is a relevant task.

### Analysis of recent research and publications

Most of the developed mathematical models of mechanisms with rigid links do not allow the explanation of oscillatory processes arising during operation, since the elastic properties of parts and assemblies are not taken into account [1—7]. At the same time, during steady-state operation of a mecha-

nism, there is a cyclic nature of changes in the angular velocity of rotating units of a gear transmission, which causes corresponding oscillatory processes that can significantly affect strength and durability [8—10]. Accounting for these oscillations plays an important role when placing a gear transmission on load-bearing elements of an engineering structure in order to prevent resonance. In works [11,12], the task of reducing vibration-induced dynamic loads of a gear transmission was addressed for various output characteristics, at different points of the mechanism, and at different frequencies.

#### Formulation of the study purpose

The aim of this study is to develop a dynamic model of a gear transmission that takes into account the elasticity of its elements, which will make it possible to describe the corresponding oscillatory processes occurring over the period of steady-state operation of the mechanism.

#### Presenting main material

The dynamic model of a gear transmission consisting of two gear wheels mounted on shafts supported by rolling bearings, having six degrees of freedom, is shown in Fig. 1.

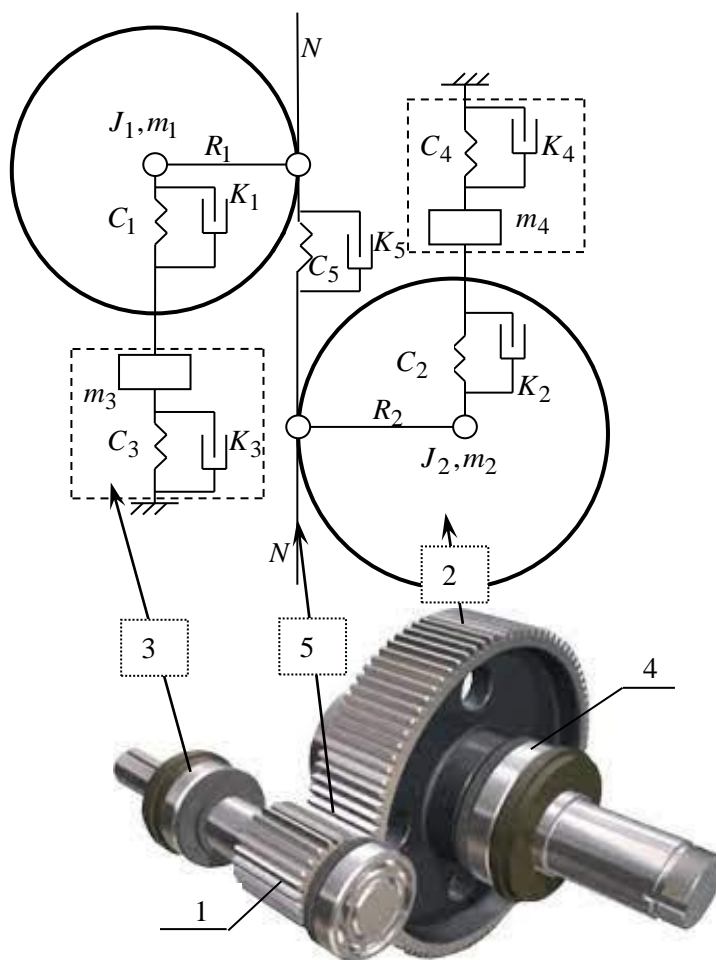


Fig. 1. Dynamic model of a gear transmission: 1 — pinion; 2 — gear wheel; 3 — bearing of the high-speed shaft; 4 — bearing of the low-speed shaft; 5 — gear meshing zone;  $J_1, J_2$  — moments of inertia of the gear wheels,  $kg \cdot m^2$ ;  $m_1, m_2$  — masses of the gear wheels,  $kg$ ;  $R_1, R_2$  — radii of the base circles of the gear wheels,  $m$ ;  $m_3, m_4$  — masses of the rolling bearings,  $kg$ ;  $C_1, C_2$  — stiffnesses of the gear wheels,  $H/m$ ;  $C_3, C_4$  — stiffnesses of the rolling bearings,  $H/m$ ;  $C_5$  — stiffness of gear meshing,  $H/m$ ;  $K_i$  — damping coefficients of the corresponding system elements,  $H \cdot s/m$ ;  $N-N$  — line of action

According to this model, the gear wheels, taking into account the elasticity of the system elements, can perform not only rotational motion about their axes, but also linear displacements in the direction of the line of action. Corresponding displacements along the line of action can also be performed by the rolling bearings.

The choice of an optimal solution is carried out using a certain objective function, which is determined by the main parameters of the elements of the dynamic model of the gear transmission. In the process of solving the stated optimization problem, it is necessary to determine such parameter values at which the objective function attains an extremum. The objective function plays the role of the main optimality criterion in mathematical models used to describe engineering problems.

Let us denote the rotation angles in the direction of rotation of the gear wheels by  $\varphi_1$  and  $\varphi_2$ , the displacements of the gear wheels along the line of action by  $x_1$  and  $x_2$ , and the displacements of the rolling bearings in the direction of the line of action by  $x_3$  and  $x_4$ .

According to the considered model, the oscillations of the gear transmission can be described by a system of ordinary linear differential equations:

$$\begin{aligned} y &= R_1\varphi_1 + x_1 - R_2\varphi_2 - x_2, \\ J_1\ddot{\varphi}_1 + C_5R_1y + K_5R_1\dot{y} &= -C_5R_1\Delta_0 \sin \omega t, \\ J_2\ddot{\varphi}_2 - C_5R_2y - K_5R_2\dot{y} &= C_5R_2\Delta_0 \sin \omega t, \\ m_1\ddot{x}_1 + C_1(x_1 - x_3) + C_5y + K_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_3) + K_3\dot{y} &= -C_5\Delta_0 \sin \omega t, \\ m_2\ddot{x}_2 + C_2(x_2 - x_4) - C_5y + K_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_4) - K_5\dot{y} &= C_5\Delta_0 \sin \omega t, \\ m_3\ddot{x}_3 - C_1(x_1 - x_3) + C_3x_3 - K_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_3) + K_3\dot{x}_3 &= 0, \\ m_4\ddot{x}_4 - C_2(x_2 - x_4) + C_4x_4 - K_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_4) + K_4\dot{x}_4 &= 0. \end{aligned}$$

As a disturbance in the system, we consider the accumulation of error  $\Delta = \Delta_0 \sin \omega t$  of the high-speed shaft assembly, under the condition that the calculated value  $\Delta_0$  is chosen depending on the required accuracy of the formulated problem. The rotational frequencies of the high-speed shaft and the low-speed shaft, taking into account the operating conditions of the gear transmission, can vary within the range

$$10 \leq f \leq 300,$$

where

$$f = \frac{\omega}{2\pi}.$$

Since the damping coefficients depend only on the frequency  $f$ , they can be represented in the following form

$$K_i = e^{\alpha_i} f,$$

where  $\alpha_i$  — is a constant value.

Thus, if only steady-state oscillations of the gear transmission are considered, the solution of the system can be represented in the following form

$$x_i = a_i \sin(\omega t + \varphi_i).$$

According to the system of differential equations and the general solution, the parametric optimization problem can be solved by varying the masses  $m_i$  or moments of inertia  $J_i$  and stiffnesses  $C_i$  of the corresponding system elements with respect to the parameters of a certain initial model.

Accordingly, the following criteria can be selected for optimizing the adopted objective function:  
- minimum and maximum values of the displacement amplitudes of the rolling bearings

$$Z_1 = s_{3_{\min}},$$

$$z_2 = s_{3_{\max}},$$

$$Z_3 = s_{4_{\min}},$$

$$Z_4 = s_{4_{\max}};$$

- minimum and maximum values of the acceleration amplitudes of the bearings

$$Z_5 = a_{3_{\min}},$$

$$Z_6 = a_{3_{\max}},$$

$$Z_7 = a_{4_{\min}},$$

$$Z_8 = a_{4_{\max}};$$

- minimum and maximum values of the amplitudes of dynamic forces transmitted from the rolling bearings to the foundation

$$Z_9 = P_{3_{\min}},$$

$$Z_{10} = P_{3_{\max}},$$

$$Z_{11} = P_{4_{\min}},$$

$$Z_{12} = P_{4_{\max}};$$

- mass of the rotating units of the gear transmission

$$Z_{13} = m_1 + m_2;$$

- number of natural frequencies  $Z_{14}$ , falling within the operating range

$$f_0 \leq f \leq f_k.$$

To ensure that the minimum number of resonances falls within the operating zone  $Z_{14} \leq 2$ , the following conditions must be satisfied:

$$F = \frac{1}{f_0 - f_k} \int_{f_0}^{f_k} F(f) df,$$

$$F_{\min} = F_{\max}(f),$$

$$f_0 \leq f \leq f_k.$$

According to the objective function,  $Q = q(s_i, a_i, P_i, m_i)$  the admissible set is represented by a multidimensional parallelepiped. Consequently, the search for an optimal solution within the framework of this method can be carried out in an interactive mode. Such an approach provides the possibility of actively influencing the search process.

The search for the optimal solution of the numerical experiment of the proposed method consists of the following stages:

- an initial system is selected with corresponding parameters for all fourteen optimization criteria;

- at the first stage, values are selected that have minimal deviations from the corresponding parameters of the preliminarily chosen initial system;

- at the second stage, values are selected that are located in close proximity to the boundaries of the admissible set for all criteria;

- for the optimization criteria that satisfy the condition of the second stage, values are assigned with a certain small percentage deviation in both directions;

- analysis of changes in the corresponding characteristics makes it possible to determine the optimal values of the optimization criteria.

### Conclusions

The developed methodology for optimizing the parameters of a gear transmission makes it possible, in a first approximation, to determine the numerical values of the optimization criteria while taking into account the elastic properties of the elements, which describe the corresponding oscillatory processes, with the aim of reducing vibration-induced dynamic loads.

### References

- [1] Lin, T., & He, Z. (2017). Analytical method for coupled transmission error of helical gear system with machining errors, assembly errors and tooth modifications. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 91. 167–182. DOI <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2017.01.005>
- [2] Fajraoui, A., & Kamel, M. (2016) Method for Selecting the Optimal Solution for the Design of the Gear Train. *Journal of Mechanics Engineering and Automation*. 6. 260–264.
- [3] Gulida, E.M., & Vasylieva, O.E. (2007). Optymizacija konstruktyvnykh elementiv cylindrychnykh zubchastykh peredach v procesi jikh proektuvannja [Optimization of structural elements of cylindrical gears in the process of their design]. *Problemy jakosti ta dovgovichnosti zubchastykh peredach reduktoriv, jikh detalej ta vuzliv*, (21), 191–197. [in Ukrainian]
- [4] Romaniuk, O.D. (2019). Development of rotary units mechanical transmission mathematical model. *Matematychni modeljuvannja*, (2(41)), 53–61. DOI [https://doi.org/10.31319/2519-8106.2\(41\)2019.185045](https://doi.org/10.31319/2519-8106.2(41)2019.185045)
- [5] Romaniuk, O.D. (2020). Optimizatsiya mas valiv i pidshipnikiv mekhanichnoi peredachi [Optimization of masses of shafts and bearings of mechanical transfer]. *Matematychni modeljuvannja*, (1(42)), 41–47. [in Ukrainian]. DOI [https://doi.org/10.31319/2519-8106.1\(42\)2020.206940](https://doi.org/10.31319/2519-8106.1(42)2020.206940)
- [6] Vasilieva, E., & Kuzio, I. (2014). Optimization of the structural components of gearwheels of cylindrical reducing gears. *Econtechmod. An international quarterly journal on economics in technology, new technologies and modeling processes*, (1), 127–133.
- [7] Romaniuk, O.D. (2018). Osnovni pidkhody optymizaciji mas zubchastykh kolis mekhanichnoji peredachi [Basic approaches to mass optimization of toothed wheels of mechanical transmission]. *Matematychni modeljuvannja*, (1(38)), 118–123. [in Ukrainian]. DOI [https://doi.org/10.31319/2519-8106.1\(38\)2018.129038](https://doi.org/10.31319/2519-8106.1(38)2018.129038)
- [8] Pengyuan, Q., Ning, Z., Yanjun, P., Yanhu, L. (2023). Analysis of tooth contact for cylindrical gear with high-order topological modification and misalignment. *Journal of vibroengineering*. 25. 189–208. DOI <https://doi.org/10.21595/jve.2022.22753>
- [9] Sánchez, M., Pleguezuelos, M., Pedrero, J. (2019). Influence of profile modifications on meshing stiffness, load sharing, and transmission error of involute spur gears. *Mechanism and Machine Theory*. 139. 506–525. DOI <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2019.05.014>
- [10] Li M, Azarm S, Boyars A. (2006). A new deterministic approach using sensitivity region measures for multi-objective robust and feasibility robust design optimization. *J Mech Des*. 128(4). 874–883. DOI <https://doi.org/10.1115/1.2202884>
- [11] Karadere, G., & Yilmaz, I. (2018) Investigation of the Effects of Profile Shift in Helical Gear Mechanisms with Analytical and Numerical Methods. *World Journal of Mechanics*. 8. 200–209. DOI <https://doi.org/10.4236/wjm.2018.85015>
- [12] Faggioni M., Samani F., Bertacchi G., & Pellicano F. (2011). Dynamic optimization of spur gears. *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 46. No. 4. 544–557. DOI <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2010.11.005>

## ОПТИМІЗАЦІЯ ОСНОВНИХ ХАРАКТЕРИСТИК МЕХАНІЧНОЇ ПЕРЕДАЧІ ЗАЧЕПЛЕННЯМ З МЕТОЮ ЗНИЖЕННЯ ДИНАМІЧНИХ НАВАНТАЖЕНЬ ВІБРАЦІЙНОГО ХАРАКТЕРУ

### Реферат

Використання методів математичного моделювання для вирішення багатокритеріальних інженерних задач дає розширене уявлення про взаємозв'язки вузлів і деталей машини, що проєктуються, або механізму в цілому. Але, як правило, більшість моделей не враховують пружні властивості елементів конструкції, а відповідно ігноруються коливальні процеси, що виникають під час роботи механізмів, які можуть суттєво впливати на міцність та довговічність. Відповідно, розробка динамічної моделі механічної передачі з урахуванням пружності ланок з метою визначення відповідних коливальних процесів є актуальною.

Метою роботи є розробка динамічної моделі механічної передачі зачепленням з урахуванням пружності ланок, що дозволить описати відповідні коливальні процеси, які мають місце за період усталеного режиму роботи механізму.

У роботі розроблено динамічну модель механічної передачі зачепленням, що складається з двох зубчастих коліс, закріплених на валах, які розташовані в підшипниках кочення. Згідно з цією моделлю, зубчасті колеса, з урахуванням пружності елементів системи, можуть здійснювати не тільки обертальні рухи навколо осі, але й лінійні переміщення в напрямку лінії зачеплення. Відповідні переміщення по лінії зачеплення також можуть здійснювати підшипники кочення. Коливальні процеси, які мають місце за період усталеного режиму роботи механізму, описуються системою звичайних лінійних диференціальних рівнянь. Система даних рівнянь та її загальний розв'язок забезпечують вирішення задачі параметричної оптимізації за допомогою варіювання мас або моментів інерції та жорсткості відповідних елементів системи, по відношенню до параметрів певної вихідної моделі.

Розроблена методика оптимізації параметрів механічної передачі зачепленням дає можливість визначити в першому наближенні чисельні значення критеріїв оптимізації з урахуванням пружних властивостей ланок, які описують відповідні коливальні процеси з метою зниження динамічних навантажень вібраційного характеру.

### Література

1. Lin T., & He Z. Analytical method for coupled transmission error of helical gear system with machining errors, assembly errors and tooth modifications. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2017. Vol. 91. pp. 167–182. DOI <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2017.01.005>
2. Fajraoui A., & Kamel M. Method for Selecting the Optimal Solution for the Design of the Gear Train. *Journal of Mechanics Engineering and Automation*. 2016. Vol. 6. pp. 260–264.
3. Гуліда Е.М., Васильєва О.Е. Оптимізація конструктивних елементів циліндричних зубчастих передач в процесі їх проєктування. *Проблеми якості та довговічності зубчастих передач редукторів, їх деталей та вузлів*. 2007. № 21. С. 191–197.
4. Romaniuk O.D. Mathematical models development of the mechanical transmission units. *Математичне моделювання*. 2019. №2(41). С. 53–61. [in English]. DOI [https://doi.org/10.31319/2519-8106.2\(41\)2019.185045](https://doi.org/10.31319/2519-8106.2(41)2019.185045)
5. Романюк О.Д. Оптимізація мас валів і підшипників механічної передачі. *Математичне моделювання*. 2020. №1(42). С. 41–47. DOI [https://doi.org/10.31319/2519-8106.1\(42\)2020.206940](https://doi.org/10.31319/2519-8106.1(42)2020.206940)
6. Vasilieva E., Kuzio I. Optimization of the structural components of gearwheels of cylindrical reducing gears. *Econtechmod. An international quarterly journal on economics in technology, new technologies and modeling processes*. 2014 №1. p. 127–133.
7. Романюк О.Д. Основні підходи оптимізації мас зубчастих коліс механічної передачі. *Математичне моделювання*. 2018. №1(38). С. 118–123. DOI [https://doi.org/10.31319/2519-8106.1\(38\)2018.129038](https://doi.org/10.31319/2519-8106.1(38)2018.129038)

8. Pengyuan Q., Ning Z., Yanjun P., Yanhu L. Analysis of tooth contact for cylindrical gear with high-order topological modification and misalignment. *Journal of vibroengineering*. 2023. Vol. 25. pp. 189–208. DOI <https://doi.org/10.21595/jve.2022.22753>
9. Sánchez M., Pleguezuelos M., Pedrero J. Influence of profile modifications on meshing stiffness, load sharing, and transmission error of involute spur gears. *Mechanism and Machine Theory*. 2019. Vol. 139. pp. 506–525. DOI <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2019.05.014>
10. Li M, Azarm S, Boyars A. A new deterministic approach using sensitivity region measures for multi-objective robust and feasibility robust design optimization. *J Mech Des*. 2006. 128(4). p. 874–883. DOI <https://doi.org/10.1115/1.2202884>
11. Karadere G., & Yilmaz I. Investigation of the Effects of Profile Shift in Helical Gear Mechanisms with Analytical and Numerical Methods. *World Journal of Mechanics*. 2018. Vol. 8. pp. 200–209. DOI <https://doi.org/10.4236/wjm.2018.85015>
12. Faggioni M., Samani F., Bertacchi G., & Pellicano F. Dynamic optimization of spur gears. *Mechanism and Machine Theory*. 2011. Vol. 46. No. 4. 544–557. DOI <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2010.11.005>

Надійшла до редколегії 10.02.2026

Прийнята після рецензування 18.02.2026

Опублікована 26.03.2026