

ТЕПЛОЕНЕРГЕТИКА

DOI: 10.31319/2519-2884.47.2025.14

УДК 628.474.3

Жевжик О.В., к.т.н., ORCID: 0000-0002-8938-9301, e-mail: o.v.zhevzhyk@ust.edu.ua

Босий Д.О., д.т.н., ORCID: 0000-0003-1818-2490, e-mail: d.o.bosyi@ust.edu.ua

Потапчук І.Ю., к.т.н., ORCID: 0000-0002-5985-1040, e-mail: i.y.potapchuk@ust.edu.ua

Максименко Д.Ю., здобувач третього (доктор філософії) рівня, ORCID: 0009-0009-3612-173X, e-mail: dm.maksymenko@gmail.com

Петров А.С., здобувач третього (доктор філософії) рівня, ORCID: 0009-0007-9471-0845, e-mail: art@petrov.dp.ua

Український державний університет науки і технологій, м. Дніпро

Zhevzhyk Oleksandr, Candidate of Technical Sciences, Intelligent Power Supply Systems Department

Bosyi Dmytro, Doctor of Technical Sciences, Intelligent Power Supply Systems Department

Potapchuk Iryna, Candidate of Technical Sciences, Intelligent Power Supply Systems Department
Ukrainian State University of Science and Technologies, Dnipro

Maksymenko Dmytro, Postgraduate Student, Intelligent Power Supply Systems Department

Petrov Artem, Postgraduate Student, Department of casting production

Ukrainian State University of Science and Technologies, Dnipro

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ГАЗОДИНАМІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЗАКРУЧЕНОГО ПОТОКУ В ПЕЧІ ДЛЯ ТВЕРДИХ ПОБУТОВИХ ВІДХОДІВ

У роботі розроблено математичну модель руху газів у обертовій печі із завихрювачем на вході для спалювання твердих побутових відходів. Розв'язок рівнянь математичної моделі отримано чисельним методом з використанням алгоритму SIMPLE. В результаті отримані профілі осьової, радіальної та обертальної швидкості газу. Показано, що закручування потоку на вході суттєво впливає на профіль осьової, радіальної та обертальної швидкостей на початковій ділянці печі в зоні догоряння. Визначено зони мінімуму і максимуму швидкостей газу та ділянки її стабілізації.

Ключові слова: барабанна обертова піч; швидкість потоку; математична модель.

The study presents a mathematical model of gas motion in a rotary kiln equipped with a swirl generator at the inlet for municipal solid waste combustion. The equations of the mathematical model were solved numerically using the SIMPLE algorithm. As a result, the profiles of axial, radial, and tangential gas velocities were obtained. It was shown that the inlet swirl significantly affects the profiles of axial, radial, and tangential velocities in the initial section of the kiln within the afterburning zone. The regions of minimum and maximum gas velocities as well as the areas of their stabilization were determined.

Keywords: rotary drum kiln; flow velocity; mathematical model.

Постановка проблеми

Важливість перероблення твердих побутових відходів (ТПВ) у сучасній світовій практиці зумовлена не лише екологічними, а й соціально-економічними факторами. За даними Global Waste Management Outlook 2024 [1], ефективне управління відходами та розширення перероблення здатні скоротити обсяги викидів метану з полігонів до 50 %, зменшити негативний вплив на клімат і створити мільйони робочих місць.

У світовій практиці промислової переробки твердих побутових відходів застосовується низка методів, частка яких суттєво відрізняється залежно від рівня розвитку країни та наявної інфраструктури. Найбільшу питому вагу й досі займає захоронення — близько 40 % (рис. 1),

що характерно передусім для держав із недостатньо розвинуеною системою управління відходами [1]. Водночас останніми роками спостерігається чітка тенденція до зростання частки спалювання з отриманням енергії (WtE), яка нині становить близько 23 % у глобальному масштабі, а в таких країнах, як Китай, Японія та окремі держави ЄС, перевищує 30—50 % [2; 3]. Механізоване сортування та вилучення вторинної сировини забезпечує приблизно 20 % обсягів перероблення, тоді як компостування органічної частини відходів охоплює близько 11 % і поширене передусім у Європі та Північній Америці [4]. Інноваційні методи – піроліз, бітумізація, пресування з подальшим використанням у будівництві — наразі мають експериментальний характер і становлять менше 2 % [5, 6]. Така структура свідчить про поступовий перехід від полігонного захоронення до термічної та матеріальної утилізації, що відповідає концепції циркулярної економіки та сучасним екологічним викликам.

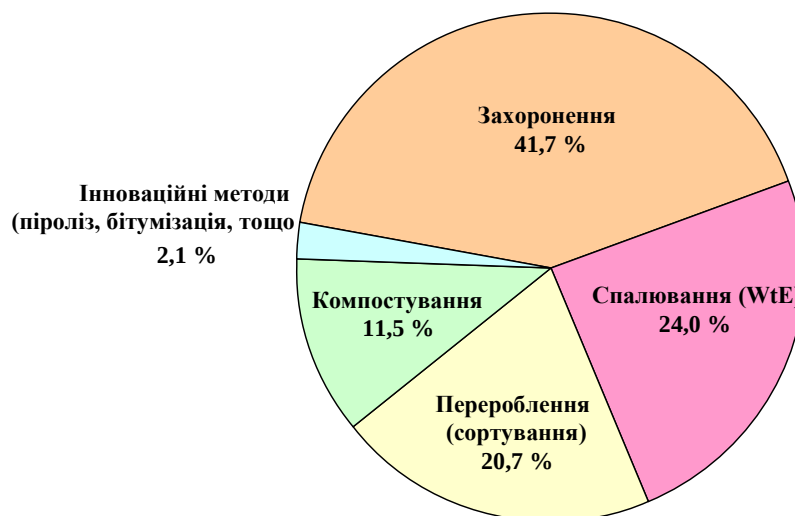


Рис. 1. Глобальна структура методів переробки ТПВ

В останні роки у світовій практиці частіше переробляють ТПВ методом спалювання [2, 3, 5, 7, 8]. Цей метод є переробкою побутових відходів шляхом спалювання їх у топках спеціальних печей, котлів або реакторів. Існує багато причин вибору цього. Основна з них – відповідність санітарно-гігієнічним вимогам, тому сміттєспалювальні заводи можуть розташовуватися поблизу житлової забудови, що значно скорочує витрати на вивіз сміття із житлових зон. Заводи високо-механізовані та автоматизовані, обслуговуючий персонал не має контакту з відходами.

У котлах для ТПВ горіння протікає в твердому шарі (на колосникових решітках) і в об'ємі топкового простору. Колосникові решітки є одним з найважливіших елементів сміттєспалювальної установки. Конструкції колосникових решіток дуже різноманітні. Сучасні безколосникові системи є барабанні печі чи реактори. Барабанні печі бувають з прямоточним рухом димових газів та палива, протитечієм та комбінованим.

Обертові барабанні печі з протитечією димових газів і палива застосовують для спалювання деяких промислових відходів, переважно осаду стічних вод. Для побутових відходів вони мало розповсюджені, хоч у майбутньому можуть стати перспективними.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

У статті [9] з використанням програмного забезпечення Fluent була розроблена CFD-модель системи спалювання небезпечних відходів у обертовій печі з протитечією без закрутки потоку повітря на вході. Хімічні реакції розраховувалися з допомогою моделі швидкості Арреніуса. В результаті розрахунків авторами отримані для конкретної печі розподіл температур та хімічного складу газів у печі. Моделювання показало, що система спалювання працювала якнайкраще при швидкості подачі 1,5 м/с.

В [10] шляхом чисельного моделювання визначено вплив часу перебування частинок в обертових печах на конверсію біомаси. Розраховано піроліз в обертових печах за різних робочих умов та геометричних параметрів (діаметр печі 0,1...1 м, відношення діаметра частинок до діаметра печі $5 \cdot 10^{-3}$... $40 \cdot 10^{-3}$, відношення довжини печі до її діаметра 1...10, кут нахилу печі 0.1 ... 8° , число Фруда 10^{-3} ... 10^{-2} , обертальне число Рейнольдса 10^2 ... $16 \cdot 10^3$, та число Пекле 5...100. У цій статті наведено дані по 13851 моделювання окремих випадків, які включають середній час перебування частинок, температури газу, шару та стінок печі, масові потоки твердих та газоподібних речовин, теплові потоки та висоту твердого шару по всій довжині печі.

В [11] проведено математичне моделювання горіння в промисловій обертовій печі цементного заводу та вивчення сценаріїв та оцінки потенціалу заміни викопного палива альтернативними видами палива для зменшення викидів CO_2 . 3D CFD модель турбулентного горіння була сформульована в Ansys® для пальника Pillard NOVAFLAM®, де використовувалися паливо, отримане з відходів та нафтового коксу, а також враховувалися різні масові потоки вторинного повітря. З отриманих результатів зроблено висновок, що на результат процесу горіння значно впливає коефіцієнт надлишку повітря. Очікувано отримано, що збільшення масової витрати вторинного повітря сприяє повному та ефективному процесу горіння, та призводить до покращеного перетворення палива та зменшення утворення забруднюючих речовин, таких як CO , сажа та незгорілі вуглеводні. Спостерігалось збільшення ефективності горіння з 93 % до 96 % у поєднанні з незначним зменшенням масової частки забруднюючих речовин у димових газах. Отримані розрахунком профілі температури та швидкості відповідали інформації, наданій операторами заводу. Результати цього дослідження надали інформацію для оптимізації ефективності згоряння та зменшення викидів забруднюючих речовин під час виробництва цементу реальної обертової печі цементного заводу.

Дослідження [12] представляє 3D-чисельне моделювання для вивчення термічного перетворення деревини. Досліджено багатозонний розподіл теплоти в обертовій печі за допомогою CFD, аналітичного алгоритму та інструментів вимірювання в різних зонах обладнання. Результати CFD та експериментальні дані показали, що за рахунок раціоналізації можна досягти щонайменше 31 % економії енергії та на 21 % підвищити якість біовугілля.

В [13] розроблено модель обертової печі для обробки твердих відходів. Характеристики потоку газу без закрутки на вході та викидів під час згоряння в обертовій печі аналізуються за допомогою методу скінченних елементів. Модель цифрового двійника для обробки твердих відходів у обертовій печі розроблена за допомогою чисельного моделювання та машинного навчання. Отримано поля концентрації компонентів димових газів (CO , CO_2 , H_2O).

Формулювання мети дослідження

Метою роботи є побудова математичної моделі руху газу в обертовій печі з початковим закручуванням потоку для спалювання ТПВ та розрахунок поля швидкостей закрученого газу в камері печі за допомогою чисельного методу.

Виклад основного матеріалу

Схема обертової барабанної печі спалювання ТПВ з протитечією представлена на рис 2.

До її складу входять: барабан, що обертається 1, футерування 2, лоток 3, завихрювач повітря 4, пальник газовий (мазутний) або плазмотрон 5, шлакова ванна 6.

Подрібнені відходи подають на лоток 3 з живильником, який подає порції відходів у обертовий барабан 1, що являє собою металевий циліндр діаметром 2,4 м і довжиною 10 м, футерований зсередини вогнетривкою кладкою 2 товщиною 250 мм. Барабан встановлений під кутом від 2° до 5° до горизонту з нахилом у бік шлакоскиду. Під умовно можна поділити на три зони:

- сушіння та нагрівання;
- горіння та піролізу;
- догорання.

При обертанні відходи переміщуються вздовж осі печі. До нижнього торця барабана приєднується завихрювач повітря 4, призначений для тангенціального введення підігрітого до 350°C повітря, а також на торці печі встановлений пальник 5, який працює періодично. Шлак згорілих відходів потрапляє у шлакову ванну 6.

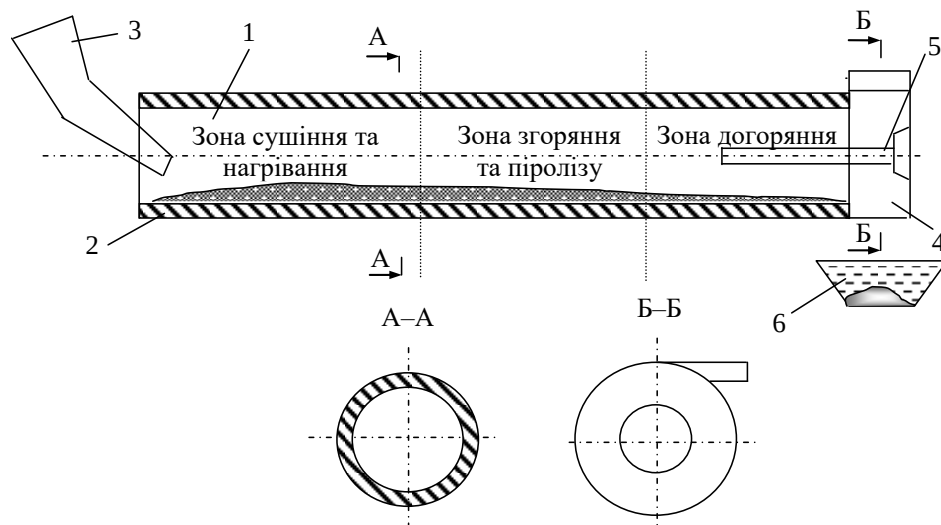


Рис. 2. Схема оберткової барабанної печі

Відходи потрапляючи у піч починають повільний рух вздовж осі печі за допомогою її обертання. У зоні сушіння та нагрівання відбувається випаровування вологи з поверхні відходів та повільне їх нагрівання. Температура поверхні підвищується до температури займання (оскільки матеріал неоднорідний, то температура займання різна) $\approx 250\text{ }^{\circ}\text{C}$, після чого відбувається осередкове загоряння відходів на поверхні.

У зоні горіння температура підвищується до $1000\ldots 1100\text{ }^{\circ}\text{C}$ відбувається згоряння відходів. Не згорілі залишки потрапляють у зону догоряння, де відбувається повне вигорання.

Шлак із температурою $500\ldots 600\text{ }^{\circ}\text{C}$ скидається з печі до шлакової ванни заповненої водою, де й остигає.

Через завихрювач у піч подається тангенціально повітря нагріте в трубчастому рекуператорі до $350\text{ }^{\circ}\text{C}$. Повітря служить окислювачем, а також інтенсивно забирає вологу з поверхні відходів. Рух відходів у печі та газів, що йдуть, зустрічний. На виході з печі температура відпрацьованих газів $>500\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Оскільки рух середовища відбувається в циліндричному барабані, рішення задачі про розподіл швидкостей доцільно шукати в циліндричній системі координат (r, φ, z) ; де r — поточний радіус, φ — кут, що відраховується від проекції радіуса вектора на площину (r, z) , z — довжина барабана по осі симетрії (рис. 3).

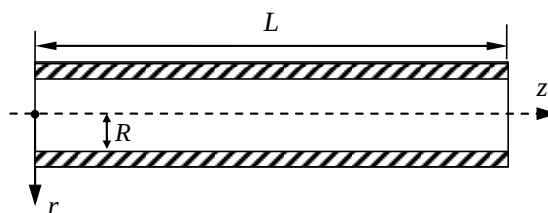


Рис. 3. Схема до розрахунку газодинаміки в обертковій печі

При безперервній роботі печі рух середовища не залежить від часу t і розподіл швидкостей не залежить від кута φ , то б то похідні:

$$\frac{\partial}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial \varphi} = 0. \quad (1)$$

Рівняння збереження кількості руху в проекціях на осі циліндричної системи координат [14] з урахуванням (1):

$$V \frac{\partial U}{\partial r} + U \frac{\partial U}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} + \nu \left(\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right), \quad (2)$$

$$V \frac{\partial V}{\partial r} + U \frac{\partial V}{\partial z} - \frac{W^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} + \nu \left(\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial r} - \frac{V}{r^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \right), \quad (3)$$

$$V \frac{\partial W}{\partial r} + U \frac{\partial W}{\partial z} + \frac{V \cdot W}{r} = \nu \left(\frac{\partial^2 W}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial W}{\partial r} - \frac{W}{r^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} \right), \quad (4)$$

де V, W, U — проекції вектора швидкості осі координат (r, ϕ, z) відповідно; P — тиск; ν — ефективна в'язкість потоку газу.

Рівняння нерозривності

$$\frac{\partial V}{\partial r} + \frac{V}{r} + \frac{\partial U}{\partial z} = 0. \quad (5)$$

Перетворимо рівняння до безрозмірного вигляду, при цьому як масштаби виберемо радіальну швидкість у печі V_{in} і радіус печі R , тоді безрозмірні величини матимуть вигляд:

$$\bar{V} = \frac{V}{V_{in}}; \quad \bar{U} = \frac{U}{V_{in}}; \quad \bar{W} = \frac{W}{V_{in}}; \quad \bar{r} = \frac{r}{R}; \quad \bar{z} = \frac{z}{R}. \quad (6)$$

Рівняння (2—5) у безрозмірному вигляді з урахуванням (6) мають вигляд (риски над безрозмірними величинами опущені):

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(V \cdot U + \frac{1}{Re} \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(U \cdot U + \frac{1}{Re} \frac{\partial U}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial z} - \frac{V \cdot U}{r} + \frac{1}{r Re} \frac{\partial U}{\partial r} \quad (7)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(V \cdot V + \frac{1}{Re} \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(U \cdot V + \frac{1}{Re} \frac{\partial V}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial r} - \frac{V \cdot V}{r} + \frac{W^2}{r} + \frac{1}{r Re} \frac{\partial V}{\partial r} - \frac{V}{r^2 Re}, \quad (8)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(V \cdot W + \frac{1}{Re} \frac{\partial W}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(U \cdot W + \frac{1}{Re} \frac{\partial W}{\partial z} \right) = -2 \frac{V \cdot W}{r} + \frac{1}{r Re} \frac{\partial W}{\partial r} - \frac{W}{r^2 Re} \quad (9)$$

$$\frac{\partial V}{\partial r} + \frac{V}{r} + \frac{\partial U}{\partial z} = 0, \quad (10)$$

де $Re = \frac{V_{in} \cdot R}{\nu}$ — число Рейнольдса;

Граничні умови до (7—10):

- на осі симетрії (при $r=0$; $0 < z \leq L$)

$$V=0, \quad \frac{\partial U}{\partial r} = 0, \quad W=0;$$

- на стінці печі виконується умова прилипання (при: $r=R$; $0 < z \leq L$)

$$V=0, \quad U=0, \quad W=W_s,$$

де W_s — швидкість обертання печі; на вході в піч (при $z=0$, $0 < r \leq R$)

$$U=U_{in}, \quad V=V_{in}, \quad W=W_{in},$$

де U_{in}, V_{in}, W_{in} — швидкості на вході в піч; на виході з печі (при $z=L$, $0 < r \leq R$)

$$\frac{\partial U}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial V}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial W}{\partial z} = 0.$$

Для розв'язку системи рівнянь (7—10) використовували чисельний метод з дискретизацією диференціальних рівнянь на шаховій сітці і використанням відомого алгоритму SIMPLE [15]. Для визначення ефективної в'язкості потоку використовували методику [16]. Результати розрахунків за математичною моделлю осьової, радіальної та обертальної швидкостей потоку наведено на рис. 4—6.

З графіків випливає, що осьова швидкість (рис. 4) на вході в піч має менші значення біля осі, збільшується зі збільшенням радіусу і досягає максимуму, а потім зменшується до нуля

на стінці. Зі збільшенням відстані від входу профіль швидкості вирівнюється, значення швидкості біля осі збільшуються. Для відстані $z \approx 1,2$ максимум осьової швидкості досягається осі. Надалі, зі збільшенням $z \approx 2,44$ розподіл швидкостей практично не змінюється.

Перебудова профілю швидкості початкової ділянки призводить до появи радіальної швидкості (рис. 5). Відтік від стінок зменшується зі збільшенням відстані від входу в піч і прагне нуля, коли профіль швидкості не змінюється.

Обертальна швидкість потоку (рис. 6) максимальна біля входу до піч, тобто. після завихрювача. Зі збільшенням відстані від входу обертальна швидкість зменшується і при $z > 2,44$ практично дорівнює нулю

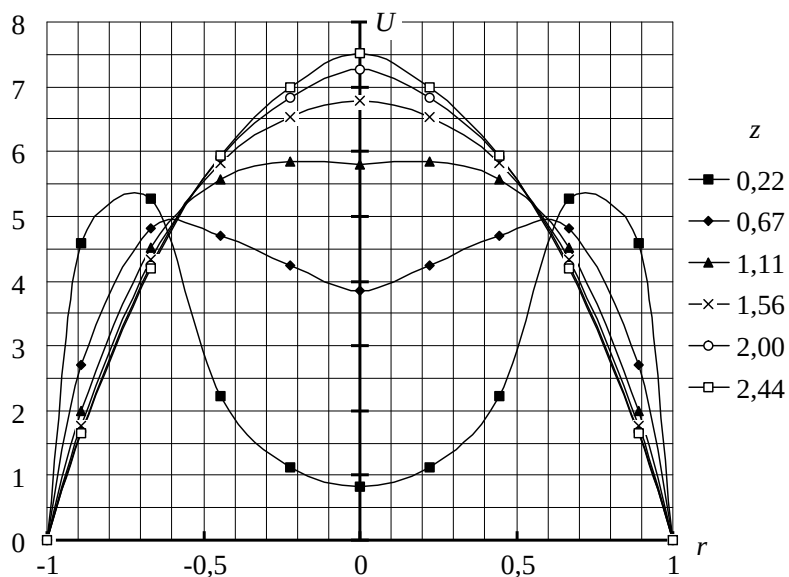


Рис. 4. Осьова швидкість газопотоку в печі

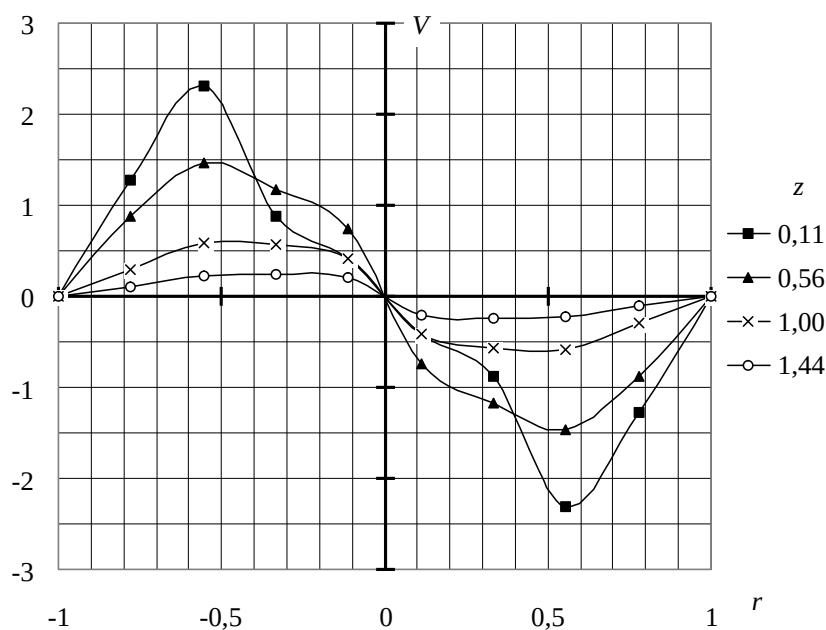


Рис. 5. Радіальна швидкість газопотоку в печі

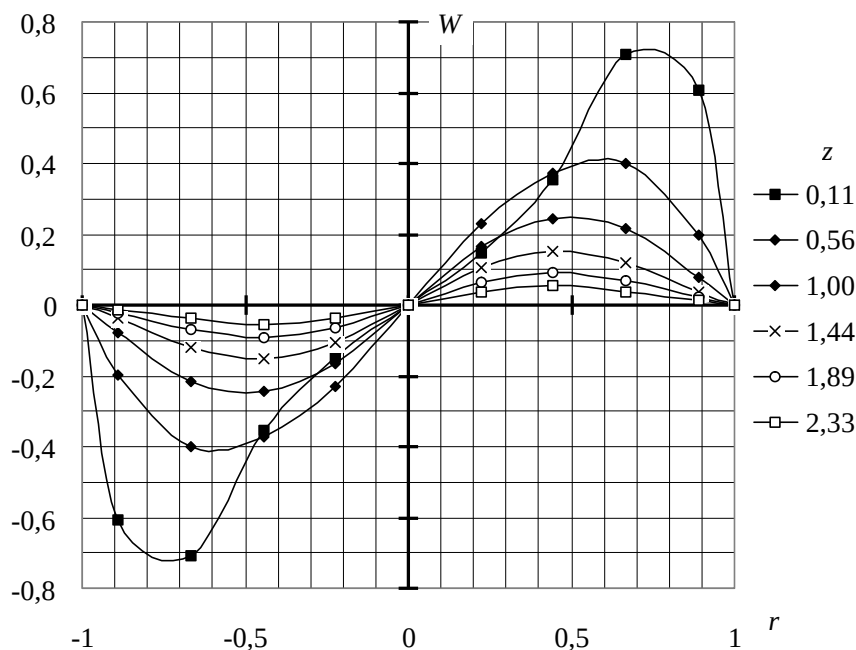


Рис. 6. Обертальна швидкість газового потоку в печі

Висновки

Розроблено математичну модель руху газів у печі. Розв'язок рівнянь математичної моделі отримано чисельним методом з використанням алгоритму SIMPLE. В результаті чисельного рішення на ЕОМ отримані профілі осьової, радіальної та обертальної швидкості газу при обертанні печі і наявності початкової закрутки потоку.

Показано, що закручування потоку на вході суттєво впливає на профіль осьової, радіальної та обертальної швидкостей на початковій ділянці печі де відбувається догоряння ТПВ. Визначено зони мінімуму і максимуму швидкостей газу та ділянки її стабілізації.

Отримані результати мають практичну цінність при проектуванні нових зразків обертючих барабанних печей та реакторів для спалювання ТПВ.

Список використаної літератури

1. United Nations Environment Programme, International Solid Waste Association. (2024). *Global Waste Management Outlook 2024*. Nairobi: UNEP. DOI: <https://doi.org/10.18356/9789210027596>.
2. Eurostat. (2025). *Municipal waste statistics*. Luxembourg: European Commission. URL: https://ec.europa.eu/eurostat/statistics-explained/index.php?title=Municipal_waste_statistics.
3. Li J. (2024). A review of the physical and chemical characteristics of municipal solid waste incineration fly ash in China. *Energies*, 17(2), 491. DOI: <https://doi.org/10.3390/en17020491>.
4. European Environment Agency. (2024). *Recycling in Europe: Trends and prospects 2025*. Copenhagen: EEA. URL: <https://www.eea.europa.eu/en/analysis/indicators/waste-recycling>.
5. Ecoprog GmbH. (2024). *Waste to Energy 2024/2025 (17th ed.)*. Cologne: ecoprog GmbH. URL: <https://www.ecoprog.com/waste-to-energy-report>.
6. Zhevzyk, O., Potapchuk, I., Bosyi, D., Castro-Santos, L., Reznik, D. A., & Holenko, D. (2025, June). Thermochemical Analysis of Maximizing Hydrogen Production from Biogas Through Thermal Decomposition. In *2025 International Conference on Clean Electrical Power (ICCEP)* (pp. 741-743). IEEE. DOI: 10.1109/ICCEP65222.2025.11143729.
7. Financial Times. (2025, September 14). *China running out of rubbish to burn as waste power goes into overdrive*. URL: <https://www.ft.com/content/28d8d39e>.
8. Sun, H., Zhang, Y., Liu, J. (2024). An integrated assessment of municipal solid waste incineration

- in China: environmental and economic perspectives. *Sustainability*, 16 (7), 3254. DOI: <https://doi.org/10.3390/su16073254>.
9. Yang, S., Kong, Q., Zeng, D., Wu, S., Gong, F., Xiao, R. (2022). Simulation research of a counter-flow rotary kiln hazardous waste incineration system. *Int J Coal Sci Technol* 9, 60. <https://doi.org/10.1007/s40789-022-00523-y>.
 10. Pichler, M., Haddadi, B., Jordan, C., Norouzi, H., Harasek, M. (2021). Dataset for the simulated biomass pyrolysis in rotary kilns with varying particle residence time distributions. *Data Brief*. Nov 23;39:107603. doi: 10.1016/j.dib.2021.107603. PMID: 34877378; PMCID: PMC8633881.
 11. Cecílio, D.M., Mateus, M., Ferreira, A.I. (2023). Industrial Rotary Kiln Burner Performance with 3D CFD Modeling. *Fuels*, 4, 454-468. <https://doi.org/10.3390/fuels4040028>.
 12. Khodaei, H., Álvarez-Bermúdez, C., Chapela, S., Olson, C., MacKenzie, M.D., Gómez, M.A., Porteiro, J. (2024). Eulerian CFD simulation of biomass thermal conversion in an indirect slow pyrolysis rotary kiln unit to produce biochar from recycled waste wood, *Energy*, Volume 288, 129895, <https://doi.org/10.1016/j.energy.2023.129895>.
 13. Wang, M., Jia, T., Song, X., Yin, L., Chen, D., Qian, K. (2024). CFD-DEM Simulation of Heat Transfer and Reaction Characteristics of Pyrolysis Process of MSW Heated by High-Temperature Flue Gas. *Processes*, 12, 390. <https://doi.org/10.3390/pr12020390>.
 14. Loitsyanskii, L.G. (1966). *Mechanics of Liquids and Gases, International Series of Monographs in Aeronautics and Astronautics*, Vol. 6.
 15. Patankar S. *Numerical heat transfer and fluid flow*. New York: Hemisphere Publishing Corporation, 1980. p. 197.
 16. Коваль В.П. Совершенствование энергетических аппаратов с вихревой камерой. Дисс. докт. техн. наук, – Днепропетровск, 1989. 440 с.

MATHEMATICAL MODELING OF GAS-DYNAMIC CHARACTERISTICS OF A SWIRLING FLOW IN A SOLID WASTE ROTARY KILN

Abstract

The study addresses the problem of enhancing the efficiency of municipal solid waste (MSW) incineration through the development of a mathematical model of gas movement in a rotary kiln equipped with an inlet swirler. The research is relevant due to the growing global shift from landfilling to thermal waste utilization and the necessity of improving combustion stability and emission reduction in Waste-to-Energy (WtE) systems. The purpose of the work is to construct and solve a mathematical model describing the gas-flow field in a rotary drum kiln with initial swirl conditions and to determine the influence of flow rotation on gas-dynamic characteristics in the afterburning zone.

The system of motion and continuity equations was expressed in cylindrical coordinates and solved numerically by the SIMPLE algorithm. The obtained velocity profiles show significant transformation of the axial, radial, and tangential components under swirl action. The axial velocity increases along the kiln axis and stabilizes after a certain length, while radial velocity diminishes, indicating the formation of a quasi-steady core region. The tangential velocity is maximal near the inlet and gradually decays along the kiln length, confirming effective energy dissipation of the rotating flow.

The results reveal that flow swirl substantially affects mixing, residence time, and uniformity of temperature distribution in the combustion chamber, thereby promoting more complete waste burn-out and lowering pollutant formation. The developed model can be used for design optimization of new rotary kilns and reactors for MSW treatment and for predicting operational parameters under varying thermal loads. Future research will involve coupling the current hydrodynamic model with chemical-reaction kinetics and heat-transfer processes to achieve a comprehensive digital twin of the waste incineration system.

References

- [1] United Nations Environment Programme, International Solid Waste Association. (2024). *Global Waste Management Outlook 2024*. Nairobi: UNEP. DOI: <https://doi.org/10.18356/9789210027596>.

- [2] Eurostat. (2025). *Municipal waste statistics*. Luxembourg: European Commission. URL: https://ec.europa.eu/eurostat/statistics-explained/index.php?title=Municipal_waste_statistics.
- [3] Li J. (2024). A review of the physical and chemical characteristics of municipal solid waste incineration fly ash in China. *Energies*, 17(2), 491. DOI: <https://doi.org/10.3390/en17020491>.
- [4] European Environment Agency. (2024). *Recycling in Europe: Trends and prospects 2025*. Copenhagen: EEA. URL: <https://www.eea.europa.eu/en/analysis/indicators/waste-recycling>.
- [5] Ecoprog GmbH. (2024). *Waste to Energy 2024/2025 (17th ed.)*. Cologne: ecoprog GmbH. URL: <https://www.ecoprog.com/waste-to-energy-report>.
- [6] Zhevzyk, O., Potapchuk, I., Bosyi, D., Castro-Santos, L., Reznik, D. A., & Holenko, D. (2025, June). Thermochemical Analysis of Maximizing Hydrogen Production from Biogas Through Thermal Decomposition. In *2025 International Conference on Clean Electrical Power (ICCEP)* (pp. 741-743). IEEE. DOI: 10.1109/ICCEP65222.2025.11143729.
- [7] Financial Times. (2025, September 14). *China running out of rubbish to burn as waste power goes into overdrive*. URL: <https://www.ft.com/content/28d8d39e>.
- [8] Sun, H., Zhang, Y., & Liu, J. (2024). An integrated assessment of municipal solid waste incineration in China: environmental and economic perspectives. *Sustainability*, 16 (7), 3254. DOI: <https://doi.org/10.3390/su16073254>.
- [9] Yang, S., Kong, Q., Zeng, D., Wu, S., Gong, F., & Xiao, R. (2022). Simulation research of a counter-flow rotary kiln hazardous waste incineration system. *Int J Coal Sci Technol* 9, 60. <https://doi.org/10.1007/s40789-022-00523-y>.
- [10] Pichler, M., Haddadi, B., Jordan, C., Norouzi, & H., Harasek, M. (2021). Dataset for the simulated biomass pyrolysis in rotary kilns with varying particle residence time distributions. *Data Brief*. Nov 23;39:107603. doi: 10.1016/j.dib.2021.107603. PMID: 34877378; PMCID: PMC8633881.
- [11] Cecílio, D.M., Mateus, M., & Ferreira, A.I. (2023). Industrial Rotary Kiln Burner Performance with 3D CFD Modeling. *Fuels*, 4, 454-468. <https://doi.org/10.3390/fuels4040028>.
- [12] Khodaei, H., Álvarez-Bermúdez, C., Chapela, S., Olson, C., MacKenzie, M.D., Gómez, M.A., et al. (2024). Eulerian CFD simulation of biomass thermal conversion in an indirect slow pyrolysis rotary kiln unit to produce biochar from recycled waste wood, *Energy*. (Vols 288), (pp. 129895). DOI: <https://doi.org/10.1016/j.energy.2023.129895>.
- [13] Wang, M., Jia, T., Song, X., Yin, L., Chen, D., & Qian, K. (2024). CFD–DEM Simulation of Heat Transfer and Reaction Characteristics of Pyrolysis Process of MSW Heated by High-Temperature Flue Gas. *Processes*. 12, 390. <https://doi.org/10.3390/pr12020390>.
- [14] Loitsyanskii, L.G. (1966). *Mechanics of Liquids and Gases, International Series of Monographs in Aeronautics and Astronautics*. (Vols 6).
- [15] Patankar S. (1980). *Numerical heat transfer and fluid flow*. New York: Hemisphere Publishing Corporation.
- [16] Koval V.P. (1989). Sovershenstvovanye enerhetycheskykh apparatov s vykhrevoi kameroi. [Improvement of energy devices with a vortex chamber]. *Doctor's thesis*. Dnipropetrovsk [in Ukrainian].

Надійшла до редакції 17.10.2025
Прийнята після рецензування 20.10.25
Опублікована 23.10.2025