

ТЕПЛОЕНЕРГЕТИКА

DOI: 10.31319/2519-2884.46.2025.15

УДК 66.047.3

Соколовська І.Є., к.т.н., доцент, ORCID: 0000-0001-5014-0501,

e-mail: sokolovskaja7887@gmail.com

Крицький Є.Д., здобувач другого (магістерського) рівня, e-mail: moyapo4ta13@gmail.com

Дніпровський державний технічний університет, м. Кам'янське

Sokolovska Iryna, Candidate of technical sciences, Associate professor, Associate professor of the Department of Thermal Power Engineering

Krytskyi Yevhen, master's degree student

Dniprovsky State Technical University, Kamianske

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ГАЗОДИНАМІКИ ПОТОКІВ У ВИХРОВОМУ АПАРАТІ

У статті представлено математичну модель газодинамічних процесів у вихровому апараті, що використовується для термічної обробки сировини при виготовленні теплоізоляційних матеріалів. Проведено аналіз параметрів газових потоків у вихровому апараті, визначено оптимальні співвідношення його геометричних розмірів і гідродинамічних характеристик, що дозволяє запропонувати ефективні конструктивні рішення для цього обладнання. Отримані результати можуть бути застосовані при розробці методик розрахунку тепломасообмінних вихрових пристроїв.

Ключові слова: вихровий апарат; газодинаміка; математична модель; сушіння.

The article presents a mathematical model of gas-dynamic processes in a vortex apparatus used for the thermal processing of raw materials in the production of thermal insulation materials. An analysis of gas flow parameters in the vortex apparatus has been conducted, and optimal ratios of its geometric dimensions and hydrodynamic characteristics have been determined. These findings enable the proposal of efficient design solutions for this equipment. The obtained results can be applied in the development of methodologies for calculating heat and mass transfer in vortex devices.

Keywords: vortex apparatus; gas dynamics; mathematical model; drying.

Постановка проблеми

У сучасному виробництві теплоізоляційних матеріалів активно застосовуються різноманітні тепломасообмінні апарати, які виконують ключові функції у забезпеченні високої якості кінцевого продукту. Серед цих пристроїв особливу увагу привертають вихрові апарати, що поєднують високу ефективність і гнучкість у налаштуванні параметрів технологічних процесів. Завдяки своїм конструктивним особливостям, вихрові апарати створюють інтенсивні турбулентні потоки, які сприяють ефективному перенесенню тепла та маси між фазами.

Їх застосування особливо важливе на завершальних стадіях виробництва, таких як сушіння або випал дрібнодисперсних частинок, що є критично важливими для формування фізико-механічних та ізоляційних властивостей матеріалів [1, 2]. Наприклад, сушіння забезпечує видалення надлишкової вологи, що сприяє досягненню необхідної щільності й теплопровідності матеріалу. Водночас випал дозволяє закріпити структуру матеріалу, покращити його міцність і довговічність, а також мінімізувати залишкові напруження внаслідок термічної обробки.

Крім того, вихрові апарати мають високу енергоефективність, оскільки забезпечують рівномірний розподіл температури та створюють оптимальні умови для швидкого та якісного оброблення матеріалів. Це особливо важливо для сучасної промисловості, де велику увагу приділяють не лише продуктивності, але й екологічності технологічних процесів. Таким чином, вихрові тепломасообмінні апарати є незамінним інструментом у забезпеченні стабільності та високої якості теплоізоляційних матеріалів, що робить їхнє впровадження обґрунтованим і необхідним.

Ефективність функціонування тепломасообмінних апаратів значною мірою залежить від їхніх геометричних параметрів. Співвідношення розмірів конструктивних елементів безпосередньо впливає на гідродинамічні характеристики апарату, такі як розподіл швидкостей, тиск і траєкторії руху потоків. Ці показники визначають якість і стабільність процесів тепломасообміну, що відбуваються в апараті.

Вивчення газодинаміки у вихрових тепломасообмінних апаратах є важливим кроком для досягнення максимальної продуктивності та оптимізації процесів, що робить цей напрямок досліджень особливо актуальним у сучасному матеріалознавстві та інженерії.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Для оптимізації параметрів і підвищення ефективності теплообмінного вихрового апарату [3] необхідно досліджувати газові потоки, зокрема компоненти швидкостей, розподіл тиску та інші характеристики. Це сприяє вдосконаленню конструкції та раціональному використанню ресурсів, підвищуючи продуктивність і енергоефективність. Через тривимірність і високу турбулентність потоків їх експериментальне дослідження є складним і витратним, а аналітичні методи потребують спрощень, що можуть спотворити результати. Тому для аналізу газодинаміки у вихровому апараті (схема на рис. 1) застосовано чисельне моделювання методом розщеплення за фізичними факторами [4] у тривимірній постановці з використанням циліндричних координат.

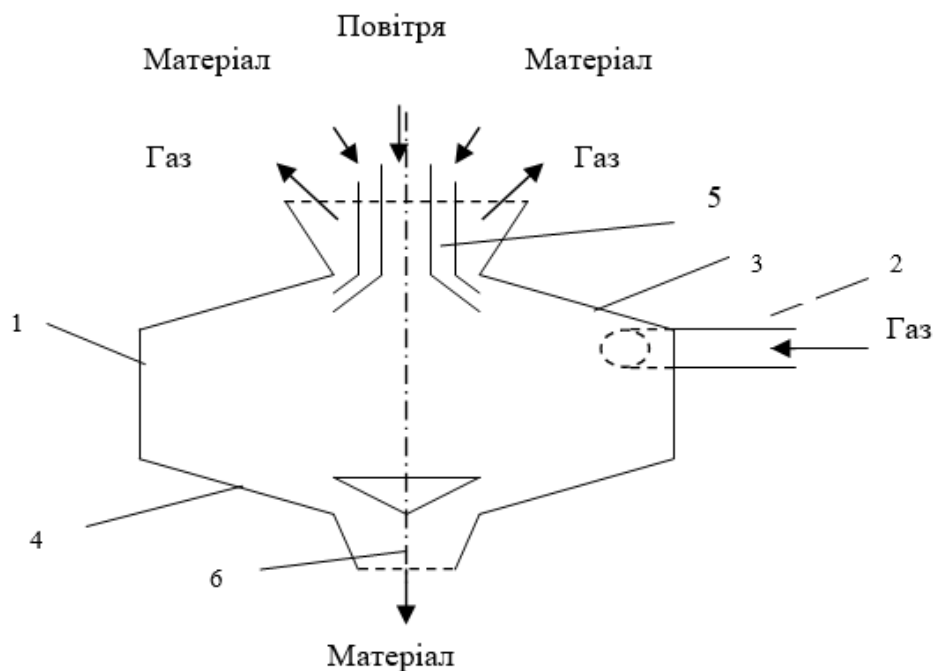


Рис. 1. Схема вихрового сушильного апарату: 1 — корпус сушильного апарату; 2 — вхідний патрубок для подачі газу; 3 — верхня поверхня апарату; 4 — нижня поверхня апарату; 5 — бункер завантаження матеріалу; 6 — бункер вивантаження матеріалу

Вихровий апарат складається з корпусу 1, до якого тангенційно приєднано боковий вхідний патрубок для подачі газу 2, а також оснащено верхньою та нижньою торцевими стінками 3 і 4 відповідно, завантажувальним бункером 5 і розвантажувальним бункером 6.

Формулювання мети дослідження

Метою роботи є розробка математичної моделі газодинамічних процесів у вихровому апараті для термічної обробки сировини, аналіз параметрів газових потоків, а також визначення оптимальних співвідношень геометричних розмірів і гідродинамічних характеристик з метою удосконалення конструкції апарату та підвищення ефективності тепломасообмінних процесів.

Виклад основного матеріалу

Розрахунок здійснювався для циліндричної частини апарата. Розрахункова область наведена на рис. 2, де R_k , H_k — радіус і висота апарату, R_u , R_d — радіуси верхнього отвору та живильника відповідно, H_s — ефективний діаметр тангенційного патрубку для подачі газу.

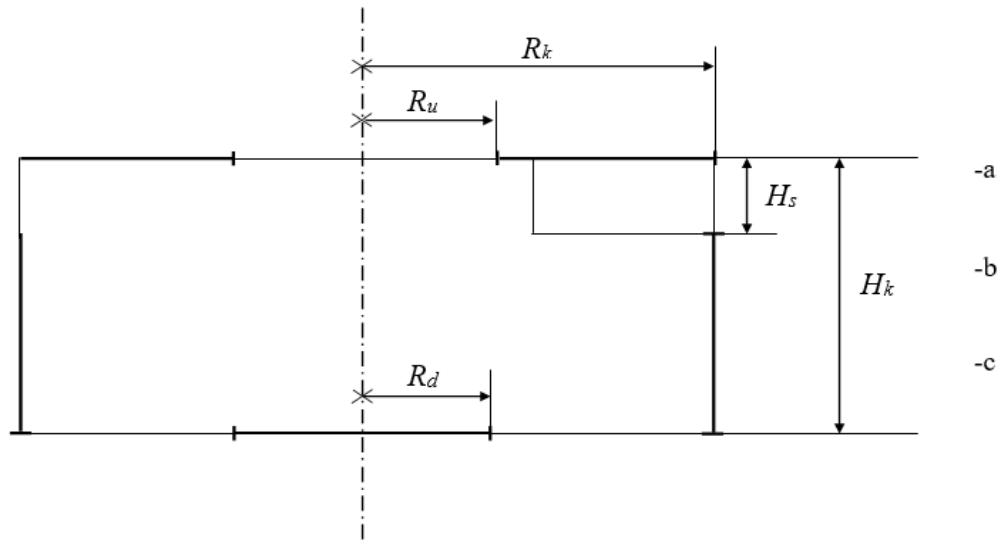


Рис. 2. Осьовий переріз розрахункової області

Вважається, що при заданих умовах швидкість газу є значно меншою за швидкість звуку, тому газ можна вважати нестисливим із високим ступенем точності. Також передбачається, що потік газу в усьому об'ємі апарата є сильно турбулізованим, причому утворення турбулентних вихрів визначається градієнтом швидкості у напрямку, перпендикулярному до основного потоку, а їх транспортування — швидкістю самого потоку [5].

Газодинаміка в апараті описується рівнянням Рейнольдса [4]:

$$\partial \vec{V} / \partial t = R(\vec{V}) - \vec{\nabla} \tilde{p}, \quad (1)$$

доповненим умовою соленоїдальності:

$$\vec{\nabla} \vec{V} = 0, \quad (2)$$

яке слідує з рівняння нерозривності при зробленому нами припущенні про нестисливість газу. Тут $\vec{V}$ — це усереднена за турбулентними пульсаціями швидкість газу, t — час, $\tilde{p}$ — динамічна складова тиску, поділена на густину газу,

$$R(\vec{V}) = -(\vec{\nabla} \vec{V}) \vec{V} + \nu_e \Delta \vec{V}, \quad (3)$$

де ν_e — ефективна кінематична в'язкість, що враховує турбулентний характер руху. В силу зроблених припущень про перебіг та розвиток турбулентних явищ, ефективна кінематична в'язкість визначається виразом:

$$\nu_e = \nu + \frac{\Delta}{Re_\Delta} V_\Delta + l^2 \left| \frac{\partial V}{\partial y} \right|, \quad (4)$$

де ν — молекулярна кінематична в'язкість газу, Δ та l — масштабні параметри, що характеризують середню довжину турбулентних вихорів і довжину перемішування відповідно. Крім того, Re_Δ і V_Δ — локальні число Рейнольдса та швидкість потоку, тоді як y — змінна, що описує вісь, перпендикулярну основному напрямку потоку.

При чисельному розв'язанні задачі в якості масштабу Δ зазвичай використовується крок розрахункової сітки, що прийнято і в даній роботі. У цьому випадку параметр турбулентності Re_Δ переходить у сіткове число Рейнольдса, для якого рекомендовано використовувати значення $Re_\Delta = 2$ [4], що забезпечує найвищу точність обчислень при застосуванні даної алгебраїчної

моделі турбулентності. Коректність такого підходу підтверджується результатами численних досліджень [5]. Довжина перемішування l визначається емпірично та у межах цього дослідження також прийнята рівною кроку розрахункової сітки Δ .

Відповідно до методу розщеплення за фізичними факторами [4], на кожному часовому кроці (де n — номер часового шару) система рівнянь (1), (2) розв'язується у три етапи:

I етап:

$$\tilde{\vec{V}} = \vec{V}^n + \tau R(\vec{V}^n), \quad (5)$$

II етап:

$$\Delta \tilde{p}^{n+1} = \tilde{\vec{V}} / \tau, \quad (6)$$

III етап:

$$\vec{V}^{n+1} = \tilde{\vec{V}} - \tau \tilde{\vec{V}} \tilde{p}^{n+1}. \quad (7)$$

На першому етапі схеми (5) обчислюється поле допоміжних швидкостей $\tilde{\vec{V}}$, яке адекватно описує вихровий характер руху газу, проте не задовольняє умові соленоїдальності (2). Виконання цієї умови забезпечується за рахунок відповідного коригування поля тиску, що відповідає останньому члену рівняння (1) з урахуванням (2).

На другому етапі визначається поле тиску за формулою (6), яка отримана з умови точного виконання рівняння (2) для швидкостей газу на $(n+1)$ -му часовому шарі. Останній, третій етап, передбачає обчислення остаточного поля швидкостей згідно з рівнянням (7).

Обчислення на першому та третьому етапах здійснюються явним методом, тоді як другий етап реалізується неявною схемою. Компоненти швидкості середовища в циліндричних координатах визначаються за співвідношенням:

$$\vec{V} = u \vec{e}_\rho + v \vec{e}_\varphi + w \vec{e}_z,$$

де ρ , φ та z — циліндричні координати; $\vec{e}_\rho$, $\vec{e}_\varphi$ і $\vec{e}_z$ — ортонормовані вектори координатного базису.

Схема (5)—(7), у компонентах набуває вигляду:

I етап:

$$\tilde{u} = u + \tau \left\{ -u \partial_\rho u - \frac{v}{\rho} \partial_\varphi u - w \partial_z u + \frac{v^2}{\rho} + \partial_\rho \left[\frac{u_e}{\rho} \partial_\rho (\rho u) \right] + \frac{1}{\rho^2} \partial_\varphi (v_e \partial_\varphi u) + \partial_z (w \partial_z u) - 2 \frac{v_e}{\rho^2} \partial_\varphi v \right\}, \quad (8)$$

$$\tilde{v} = v + \tau \left\{ -u \partial_\rho v - \frac{v}{\rho} \partial_\varphi v - w \partial_z v - \frac{uv}{\rho} + \partial_\rho \left[\frac{u_e}{\rho} \partial_\rho (\rho v) \right] + \frac{1}{\rho^2} \partial_\varphi (v_e \partial_\varphi v) + \partial_z (v_e \partial_z v) + 2 \frac{v_e}{\rho^2} \partial_\varphi u \right\}, \quad (9)$$

$$\tilde{w} = w + \tau \left\{ -u \partial_\rho w - \frac{v}{\rho} \partial_\varphi w - w \partial_z w + \frac{1}{\rho} \partial_\rho (v_e \rho \partial_\rho w) + \frac{1}{\rho^2} \partial_\varphi (v_e \partial_\varphi w) + \partial_z (v_e \partial_z w) \right\}, \quad (10)$$

II етап:

$$\tilde{D} = \frac{1}{\rho} \partial_\rho (\rho \tilde{u}) + \frac{1}{\rho} \partial_\varphi \tilde{v} + \partial_z \tilde{w}, \quad (11)$$

$$\frac{1}{\rho} \partial_\rho (\rho \partial_\rho \tilde{p}) + \frac{1}{\rho^2} \partial_\varphi^2 \tilde{p} + \partial_z^2 \tilde{p} = \tilde{D} / \tau, \quad (12)$$

III етап:

$$u = \tilde{u} - \tau \partial_\rho \tilde{p}, \quad (13)$$

$$v = \tilde{v} - \tau \frac{1}{\rho} \partial_\varphi \tilde{p}, \quad (14)$$

$$w = \tilde{w} - \tau \partial_z \tilde{p}. \quad (15)$$

Тут для уникнення громіздкості опущені індекси, що вказують на належність величин тимчасовим шарам, та використані скорочені позначення для похідних: $\partial_\rho = \partial/\partial\rho$, $\partial_\varphi = \partial/\partial\varphi$, $\partial_z = \partial/\partial z$. Різницева апроксимація просторових похідних у рівняннях (8)—(15) здійснюється на сітці за стандартною схемою. Рівняння Пуассона (12) у даній роботі розв'язується ітераційним методом.

При встановленні граничних умов у даному випадку важливо точно забезпечити узгодження гідродинамічних характеристик (швидкостей та тиску) при $\varphi = 0$ і $\varphi = 2\pi$. Для спрощення розрахунків доцільно подати розрахункову область у просторі з координатами ρ , φ та z , (рис. 3). У такій постановці розрахункова область набуває форми паралелепіпеда: грань I відповідає значенню $r = 0$ і в реальній області (рис. 2) вироджується в осьову лінію, а грані II та III відповідають площинам $\varphi = 0$ і $\varphi = 2\pi$, які необхідно ототожнити.

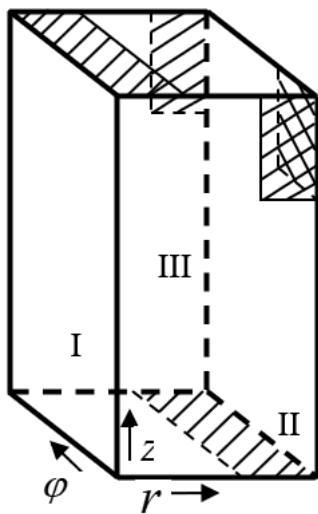


Рис. 3. Розрахункова область з координатами ρ , φ та z в якості декартових

На рис. 3 заштриховані області, що відповідають вільному проходженню газу; у цих ділянках необхідно застосовувати умови вільного протікання. Грані II та III повинні бути з'єднані умовами сполучення, а на всіх інших межах слід накласти умову непротікання.

У різницевому вигляді з використанням шахової сітки для зручності розміщення граничних умов розрахункова область з усіх боків облямовується шаром замезових осередків. У цьому випадку умови сполучення на гранях II і III реалізуються тим, що значення швидкостей і тисків на одній із граней вибираються рівними значенням на іншій, і навпаки.

Було прийнято такі чисельні значення параметрів розрахунку: $R_k = 400\text{мм}$, $H_k = 400\text{мм}$, $R_u = 200\text{мм}$, $R_d = 200\text{мм}$, $H_s = 200\text{мм}$. Для отримання загального уявлення про рух середовища було використано метод подання гідродинамічних параметрів у різних перерізах розрахункової області з проекцією векторів швидкостей на відповідні площини.

На рис. 4 представлені розрахункові поля напрямків газових швидкостей у трьох горизонтальних перерізах апарата: (а) на рівні під'єднання тангенційного патрубку для подачі газу, (б) на середині висоти апарата та (с) у зоні розташування живильника. Із аналізу рисунка 4 видно, що під дією введенного потоку газу у верхній частині циліндричної області формується інтенсивний тороїдальний вихор (а), який поступово змінює свою структуру при просуванні вниз у напрямку до живильника (б), а у зоні живильника спостерігається його розпад (с).

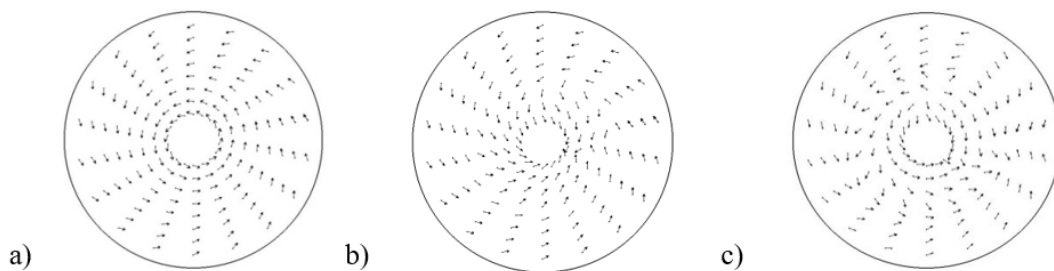


Рис. 4. Розрахункові поля напрямків швидкостей газу на трьох різних горизонтальних перерізах апарату

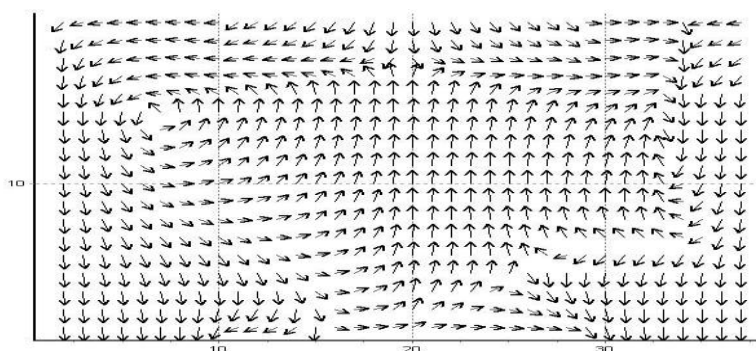


Рис. 5. Поля напрямків проєкцій швидкостей газу в осьовому перерізі апарату

Гідродинамічні особливості перебігу потоку в осьовому перерізі апарата наочно відображено на рис. 5.

З наведеного рисунка випливає, що в зоні верхнього отвору апарату внаслідок існування глобального вихору створюється зона зниженого тиску, що призводить до втягування через отвір навколишнього повітря. У нижній частині апарату, біля живильника, повітря залишає апарат.

Висновки

Розроблено тривимірну математичну модель, яка адекватно описує рух газового середовища у вихровому апараті. За результатами моделювання встановлено оптимальні співвідношення геометричних параметрів апарату та визначено гідродинамічні характеристики, що забезпечують ефективність роботи обладнання. Отримані результати можуть бути застосовані для розробки методик розрахунку тепломасообмінних вихрових систем та вдосконалення їх конструкцій.

Список використаної літератури

1. Klimov R., Sokolovska I., Dašić P. Study of Heat Treatment Processes in the Production of Porous Thermal Insulation Materials // Karabegovic I., Kovačević A., Mandzuka S. (eds). *New Technologies, Development and Application VII*. Cham : Springer, 2024. Vol. 1069. (Lecture Notes in Networks and Systems).
2. Klimov R., Sokolovska I., Hluschenko O. Optimization of the heat treatment processes of porous thermal insulation materials // *Functional Materials*. 2024. Vol. 31, No. 2. P. 285–289.
3. Пристрій для отримання гранульованого наповнювача теплоізоляційного матеріалу : пат. 26821 Україна : МПК F26B 17/10 / А.М. Павленко, І.Є. Соколовська, Г.В. Кошлак, Р.А. Клімов ; заявник і патентовласник Дніпродзерж. держ. техн. ун-т. – № u200705035 ; заявл. 07.05.2007 ; опубл. 10.10.2007, Бюл. № 16.
4. Огурцов А.П., Самохвалов С.Є. *Математичне моделювання теплофізичних процесів у багатозфазних середовищах*. К. : Наукова думка, 2001. 410 с.
5. Соколовська І.Є., Дьомін К.В. Особливості моделювання траєкторії руху частинок матеріалу у вихровому шарі. *Збірник наукових праць Дніпровського державного технічного університету (технічні науки)*. 2021. 1(38). С. 99–105.

MATHEMATICAL MODEL OF GASDYNAMICS OF FLOWS IN A VORTEX APPARATUS

Abstract

The article presents a numerical simulation of gas-dynamic processes in a vortex apparatus designed for the thermal treatment of various types of raw materials in the production of porous thermal

insulation materials. The study is based on the development of a detailed mathematical model of gas flow, taking into account the three-dimensional flow structure, turbulence phenomena, and the specific geometric features of the apparatus. To accurately describe complex hydrodynamic phenomena, the method of splitting by physical factors was applied for solving the Reynolds equations, which allowed for improved computational accuracy and numerical stability.

An algebraic turbulence model was employed, incorporating the grid Reynolds number to better adapt to local flow variations. Special attention was given to analyzing the distribution of velocity vectors in both horizontal and vertical cross-sections of the apparatus, enabling the identification of characteristic patterns in the formation and development of toroidal vortices. The revealed mechanisms of vortex structure evolution provide new opportunities for controlling heat and mass transfer processes.

Based on the results obtained, optimal structural parameters of the apparatus were determined, which enhance the energy efficiency of the technological process by ensuring a more uniform distribution of thermal loads and reducing hydraulic losses. The conclusions drawn have practical significance for improving the design of heat and mass transfer vortex devices used in industry and can also be applied to the development of recommendations for optimizing thermal processes in a wide range of similar technological systems.

References

- [1] Klimov, R., Sokolovska, I., & Dašić, P. (2024). Study of heat treatment processes in the production of porous thermal insulation materials. In I. Karabegovic, A. Kovačević, & S. Mandzuka (Eds.), *New technologies, development and application VII* (Vol. 1069, Lecture Notes in Networks and Systems). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-031-66268-3_61
- [2] Klimov, R., Sokolovska, I., & Hluschenko, O. (2024). Optimization of the heat treatment processes of porous thermal insulation materials. *Functional Materials*, 31(2), 285–289. <https://doi.org/10.15407/fm31.02.285>
- [3] Pavlenko, A. M., Sokolovska, I. Ye., Koshlak, H. V., & Klimov, R. A. (2007). *Prystriy dlya otrymannya hranulyovanoho napovnyuvacha teploizolyatsiynoho materialu* [Device for obtaining a granulated filler for thermal insulation material] (Ukrainian Patent No. 26821).
- [4] Ohurtsov, A. P., & Samokhvalov, S. Ye. (2001). *Matematychni modeliuvannya teplofizychnykh protsesiv u bahatofaznykh seredovyshchakh* [Mathematical modeling of thermophysical processes in multiphase media]. Naukova Dumka. [in Ukrainian].
- [5] Sokolovska, I. Ye., & Dyomin, K. V. (2021). Osoblyvosti modeliuvannya traiektorii rukhu chastynok materialu u vykhovomu shari [Features of modeling the trajectory of material particles in a vortex layer]. *Collected Scientific Works of the Dnipro State Technical University (Technical Sciences)*, (1)38, 99–105. [in Ukrainian].

Надійшла до редколегії 30.04.2025