

DOI: 10.31319/2519-2884.43.2023.15

УДК 629.7.05-049.7

Марченко С.В., к.ф.-м.н, ORCID: 0000-0002-6022-5071, smarsv1979@gmail.com

Сотник О.А., викладач, ORCID: 0009-0005-8036-3075, gajutsot@gmail.com

С'янов О.М., д.т.н, професор, ORCID: 0000-0003-4120-4926, alexandr.sianov@gmail.com

Литвиненко В.А., к.т.н. ORCID: 0000-0003-4950-5168

Дніпровський державний технічний університет, м. Кам'янське

Marchenko Serhii, Candidate of Physics and Mathematics Sciences, Head of the Department of Electronics and Electronical Communications

Sotnyk Oleksandr, Lecturer of the of the Department of Electronics and Electronical Communications

Syanov Oleksandr, Doctor of technical sciences, Professor of the Department of Electronics and Electronical Communications

Lytvynenko Volodymyr, Candidate of Technical Sciences, Docent of the Department of Electronics and Electronical Communications

Dniprovsky State Technical University, Kamianske

ІМІТАЦІЙНА МОДЕЛЬ АДАПТИВНОГО ФІЛЬТРУ НА ОСНОВІ МЕТОДУ НАЙМЕНШИХ КВАДРАТІВ

У даній дослідницькій роботі було виконано аналіз моделі адаптивного фільтру (АФ), яка базується на алгоритмі за методом найменших квадратів (МНК) і була реалізована у середовищі Simulink. Метою створення імітаційної моделі АФ була верифікація її з подальшою реалізацією на електронних цифрових пристроях, а саме, в базисі програмованій логічній інтегральній схемі (ПЛІС). В процесі отримання результатів імітаційного моделювання запропонованої моделі АФ було проведено верифікацію в ході якої, виконувалося порівняння результатів роботи вбудованої та запропонованої моделі адаптивного фільтру, що підтвердило ефективність та правильність розробленої моделі. Під час верифікації розробленої моделі АФ було проаналізовано ефективність та збіжність алгоритму МНК на прикладі фільтрації зашумлених сигналів, а саме, однотональних та багатотональних сигналів. Отримані результати імітаційного моделювання можуть бути застосовані при розробці адаптивних фільтрів, які базуються на цифрових обчислювальних пристроях, що підтримують конвеєрну архітектуру обробки даних.

Ключові слова: адаптивна цифрова фільтрація; метод найменших квадратів; імітаційне моделювання Simulink; програмована логіка.

In this research paper, the analysis of the adaptive filter (AF) model has been performed, that is based on the least squares algorithm (LSM) and has been implemented in the Simulink environment. The purpose of designing a simulation model of the AF has been to verify it with further implementation on electronic digital devices, namely, on the basis of the field programmable gate array (FPGA). In the process of obtaining the results of simulation modeling of the proposed AF model, a verification has been carried out, during which a comparison of the performance results of the embedded and the proposed model of the adaptive filter has been performed, that has confirmed the effectiveness and correctness of the developed model. During the verification of the developed AF model, the effectiveness and convergence of the LSM algorithm has been analyzed using the example of filtering noisy signals, namely, single-tone and multi-tone signals. The obtained results of simulation modeling can be applied in the development of adaptive filters based on digital computing devices that support the pipeline architecture of data processing.

Keywords: adaptive digital filtering; method of least squares; Simulink; programmable logic.

Постановка проблеми

Цифрова обробка сигналів (ЦОС) сьогодні широко використовується в радіолокаційних та радіонавігаційних системах, оптичному та радіозв'язку, в обчислювальній та побутовій тех-

ніці [1—3]. Це зумовлено величезними напрацюваннями за останні десятиліття у теорії та практиці ЦОС, а також технологічними досягненнями в напівпровідниковій техніці, що дозволило створювати високопродуктивні та одночасно компактні цифрові пристрої для реалізації алгоритмів ЦОС в реальному часі. В свою чергу, збільшення обчислювальної потужності апаратних засобів ЦОС призвело до якісного стрибка, який забезпечив розвиток в багатьох науково-технічних напрямках, одним з яких є адаптивна обробка сигналів.

Часто на практиці вимоги до частотної характеристики (ЧХ) фільтру неможливо сформулювати до початку його безпосередньої роботи, оскільки дані вимоги можуть змінюватися в процесі роботи цифрового фільтру (ЦФ), тоді замість фільтру з фіксованими параметрами необхідно використати адаптивний фільтр (АФ). Як відомо [1—5], АФ — це фільтр, який самостійно змінює свою ЧХ відповідно до алгоритму оптимізації. Налаштування даного фільтру виконується з урахуванням вхідного сигналу. Такі фільтри об'єднують обчислення, які дозволяють коефіцієнтам дискретної імпульсної характеристики (ДІХ) фільтрів підлаштовуватись під статистичні параметри сигналу.

Зазвичай АФ мають вузьку спеціалізацію та функціонально призначені під певні типи сигналів. Внутрішня структура АФ та алгоритм адаптації практично повністю визначається функціональним призначенням та певним мінімальним обсягом початкової інформації про статистичні та інформаційні параметри вхідних сигналів, що породжує різноманітність підходів розробки адаптивних систем та значно ускладнює їх класифікацію та формулювання загальних теоретичних положень.

У даній роботі запропонована та досліджена імітаційна модель адаптивної фільтрації на основі методу найменших квадратів, яка може бути застосована для апаратної реалізації на базі програмованої логічної інтегральної схеми (ПЛІС).

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Реалізація адаптивної фільтрації, як одного з видів алгоритмів ЦОС є складною технічною задачею з точки зору використання обчислювальних ресурсів при програмній та апаратній реалізації. Апаратна реалізація виконується на спеціалізованих цифрових пристроях (цифрових процесорах обробки сигналів або ПЛІС) і тому має низку переваг (компактність, енергоефективність та швидкодія) перед програмною реалізацією, яка потребує застосування потужних комп'ютерів загального призначення [4, 6].

При розробці цифрових пристроїв обробки сигналів одним з головних питань є зменшення кількості помилок на апаратному рівні, які можуть з'являтися ще на етапі створення математичної моделі [4, 6]. З метою зменшення таких помилок окрім верифікації проєктованих пристроїв за допомогою вбудованих симуляторів електронних схем в середовищах розробки ПЛІС (ISIM, Quartus), також застосовується імітаційне моделювання розроблюваного того чи іншого алгоритму ЦОС в сучасних математичних середовищах (MathLab, Simulink і т.д.) [7—10].

В роботі [8] представлені результати моделювання адаптивних цифрових фільтрів із скінченною імпульсною характеристикою (СІХ). Моделювання різноманітних структур адаптивних цифрових фільтрів з подальшою їх реалізацією на апаратному рівні розглядається в роботі [7]. Особливості апаратної реалізації ЦФ на ПЛІС представлені в роботі [9].

Таким чином, імітаційне моделювання та дослідження прототипів адаптивних фільтрів з метою реалізації їх апаратними засобами ЦОС (в даному випадку для ПЛІС) є актуальною науково-практичною задачею.

Формулювання мети дослідження

Метою даної роботи є створення та дослідження імітаційної моделі АФ для придушення завад на прикладі як тонального так і багатотонального сигналів. В цій роботі, в програмному середовищі Simulink, запропоновано апаратно-орієнтовану модель АФ на основі методу найменших квадратів (МНК), яка буде застосована при реалізації на основі ПЛІС в якості прототипу АФ.

Виклад основного матеріалу

Адаптивний фільтр (АФ) на основі МНК. Розглянутий алгоритм один з адаптивних алгоритмів, який базується на пошуку мінімуму цільової функції (ЦіФ) методом найменшого спуску [7]:

$$J(w) = \overline{e^2(k)} = \overline{d^2(k)} - 2\overline{d(k)u^T(k)w} + \overline{w^T u(k)u^T(k)w}. \quad (1)$$

При використанні даного способу оптимізації вектор коефіцієнтів фільтру $w(k)$ повинен оновлюватися рекурсивним чином:

$$w(k+1) = w(k) - \frac{\mu}{2} \text{grad}J(w(k)) = w(k) + \mu p - uRw(k), \quad (2)$$

де μ — додатній коефіцієнт, який називається розміром шагу. Даний алгоритм є збіжний, якщо $0 < \mu < 2/\lambda_{\max}$, де λ_{\max} — максимальне власне число кореляційної матриці R . Швидкість збіжності при цьому залежить від розкиду власних чисел кореляційної матриці R — чим менше відношення $\lambda_{\max}/\lambda_{\min}$, тим більше збігається ітераційний процес.

Проте для розрахунку градієнту необхідно мати значення елементів матриці R та вектору p . На практиці можуть бути доступні лише оцінки даних значень, отримуваних за вхідними даними. Простими оцінками даного типу є миттєві значення кореляційної матриці та вектору взаємних кореляцій, отримуваних без будь-якого усереднення:

$$\begin{aligned} \tilde{R}(k) &= u(k)u^T(k), \\ \tilde{p}(k) &= d(k)u(k). \end{aligned} \quad (3)$$

У разі використання даних оцінок формула (2) приймає наступний вигляд:

$$w(k+1) = w(k) + \mu d(k)u(k) - \mu u(k)u^T(k)w(k) = w(k) + \mu u(k)(d(k) - u^T(k)w(k)). \quad (4)$$

Частина виразу, що стоїть у дужках (4), а саме $d(k) - u^T(k)w(k)$ представляє собою різницю між зразковим і вихідним сигналом фільтру на k -му кроці, тобто є похибкою фільтру $e(k)$. З урахуванням даного виразу для рекурсивного фільтру оновлення коефіцієнтів фільтру виявляється простим:

$$e(k) = d(k) - y(k) = d(k) - u^T(k)w; \quad (5)$$

$$w(k+1) = w(k) + \mu e(k)u(k). \quad (6)$$

Алгоритм адаптивної фільтрації, побудований на основі (6), отримав назву метод найменших квадратів (МНК) або LMS (Least Mean Square). Отримати (6) можливо іншим способом: використовуючи замість градієнту статистичне усереднення квадрату похибки $\overline{e^2(k)}$ градієнт його миттєвого значення $e^2(k)$.

$$\mu_{\max} \square \frac{2}{\sum_k \lambda_k} = \frac{2}{\text{trace}(R)} = \frac{2}{(N+1)\sigma_x^2}, \quad (7)$$

де λ_k — власні числа кореляційної матриці R , а σ_x^2 — середній квадрат вхідного сигналу фільтру.

На основі збіжності МНК-алгоритму можливо стверджувати, що верхня границя для розміру кроку μ є меншою ніж для реального градієнту та дорівнює (8).

Основною перевагою МНК-алгоритму [7] є гранична обчислювальна простота — для налаштування коефіцієнтів АФ на кожному кроці необхідно виконати $N+1$ пар операцій «множення-додавання». Платою за простоту є повільна збіжність та підвищена дисперсія похибки в режимі, що встановився — коефіцієнти фільтру мають тенденцію флюктувати навколо оптимальних значень, що, в свою чергу, і збільшує рівень шуму на виході фільтру.

Існує широкий спектр модифікацій МНК-алгоритму, спрямованих на полегшення збіжності або зменшення обчислювального навантаження. Покращення збіжності може бути досягнуто за допомогою удосконалення оцінки градієнту та перетворення вхідного сигналу для роботи з некорельованими відліками. Зменшення обчислювальної складності може бути досягнуто обмеженням використання операції множення до сигналу похибки та вмісту лінії затримки фільтру. Використовуючи лише їх знаки, можна повністю уникнути множення при оновленні коефіцієнтів адаптивного фільтру.

Імітаційна модель адаптивного фільтру в Simulink. На основі вищезрозглянутої математичної моделі АФ на основі МНК було запропоновано імітаційні моделі на основі цифро-

вих блоків, які дозволяють апаратно реалізувати адаптивний фільтр на ПЛІС (FPGA). З метою оцінки роботоспроможності запропонованої імітаційної моделі АФ було проведено верифікацію її на основі порівняння результатів роботи запропонованої моделі з вбудованим блоком LMS Filter (МНК-фільтр) в Simulink [11].

Загальна схема тестування алгоритмів адаптивної фільтрації (рис. 1) складається із наступних блоків: формувача шумового сигналу (Random Number), змішувача шумового та корисного сигналу (Add1), блоку формування корисного сигналу (Sine Wave), блоку вбудованого LMS фільтру (LMS Filter), блоку LMS фільтру зібраного з елементарних блоків (LMS4), двох блоків перетворення типу даних у формат одинарної точності (Data Type Conversion1), осцилографів для спостереження сигналів (для порівняння еквівалентних сигналів вбудованого та зібраного блоків фільтрів LMS). Блок score використовується для еквівалентних сигналів у та output; блок Score1 використовується для спостереження входних еквівалентних пар сигналів x та Input (сигнал шуму), d та Desired (суміш сигналу шуму та корисного сигналу), err та Error (сигнал похибки, в даному випадку вихідний відфільтрований сигнал); блок Score 2 використовується для спостереження за адаптацією коефіцієнтів зібраного фільтру.

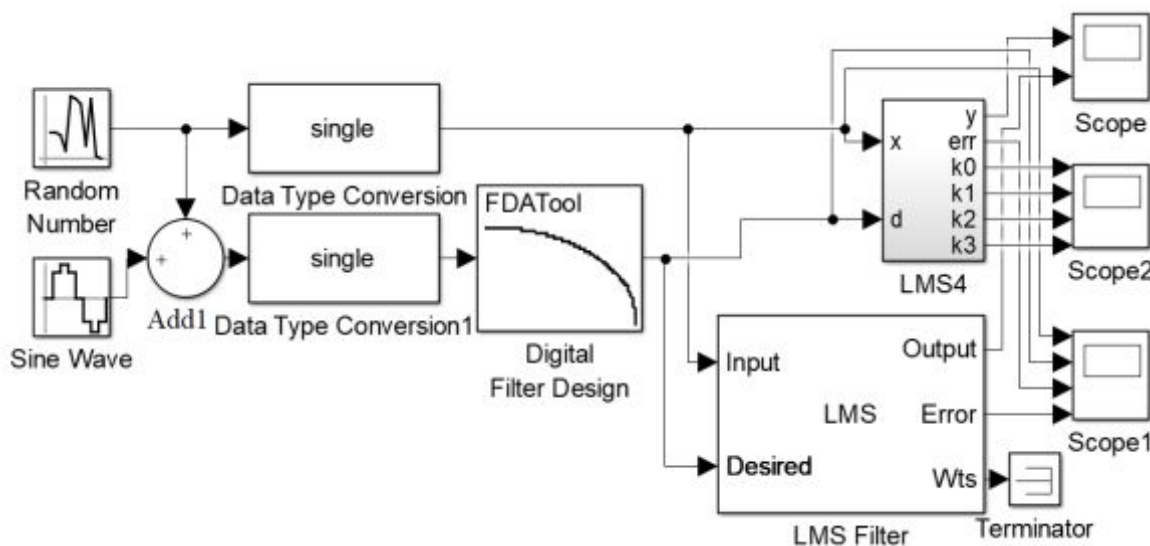


Рис. 1. Загальна схема тестування алгоритму адаптивної фільтрації на основі МНК

Запропонована модель адаптивного фільтру розглянута на прикладі АФ 4-го порядку (рис. 2), яка складається з КІХ фільтру 4-го порядку, чотирьох блоків адаптації (оновлення) коефіцієнтів ДІХ, блоку помноження на коефіцієнт m_i (Gain1), блоку віднімання сигналів d та y (Add4); входів (x та d) та виходів (y та err). В свою чергу, КІХ фільтр 4-го порядку складається з трьох блоків затримки (Delay, Delay1, Delay2), чотирьох помножувачів на коефіцієнт з блоку адаптації (Product3, Product, Product1, Product2), суматорів для отримання вихідних відфільтрованих відліків сигналу (Add1, Add2, Add3), блоку входного сигналу (x) та блоку вихідного сигналу (y).

Блок адаптації коефіцієнта k_0 складається з блоку множення (Product9) відповідного входного відліку сигналу на сигнал похибки з коефіцієнтом m_i , блоку додавання (Add5) та затримки (Delay3), що оновлюють коефіцієнт k_0 , виходу k_0 для перегляду коефіцієнта. Аналогічно побудовані решта блоків адаптації коефіцієнтів (k_1, k_2, k_3) за МНК. Блок адаптації (БА) k_1 складається з Product10, Add6, Delay5, виходу k_1 , БА k_2 — Product5, Add7, Delay6, виходу k_2 , БА k_3 складається з Product6, Add8, Delay7, виходу k_3 .

В базовій моделі (рис. 2) використовується цифровий фільтр нижніх частот з КІХ для моделювання каналу зв'язку (блок Digital Filter Design). Оскільки в даній роботі застосовуються в якості тестових сигнали звукового діапазону хвиль, то даний фільтр буде мати наступні параметри: часове вікно Triangular; частота дискретизації 48 кГц, частота зрізу 5кГц і порядок фільтру 4.

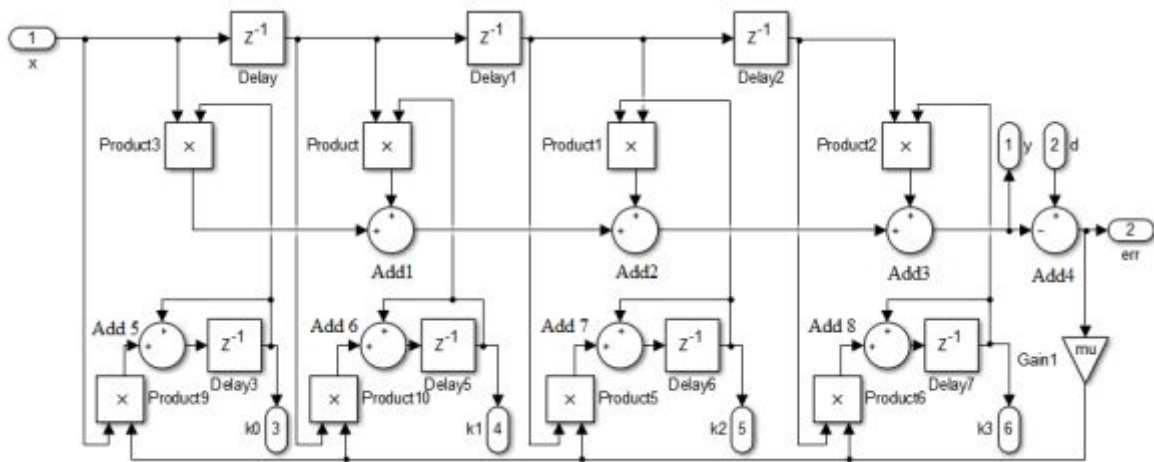


Рис. 2. Модель фільтру 4-го порядку за МНК

Результати імітаційного моделювання адаптивного фільтру. Об'єктом дослідження в даній роботі є процес фільтрації зашумленого однотонального сигналу псевдошумовим сигналом, з метою отримання “чистого” сигналу. Дослідження ефективності та швидкості адаптивної фільтрації в залежності від значення коефіцієнту μ представлено на рис. 3: перший графік зверху — шумовий сигнал, потім корисний сигнал + шум, нижче — похибка вбудованого блоку, і останній це похибка (вих.) зібраного блоку.

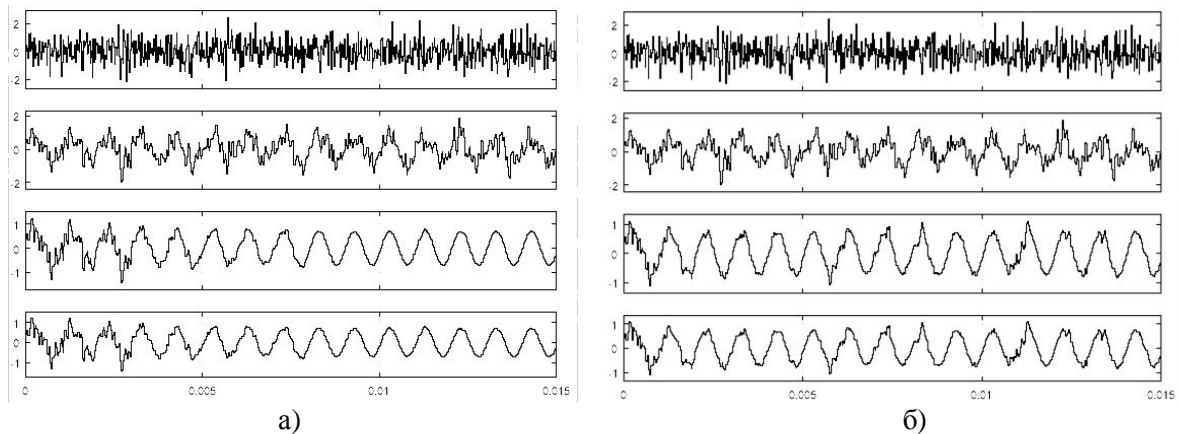


Рис. 3. Результат моделювання АФ LMS: а — $\mu = 0.01$; б — $\mu = 0.025$

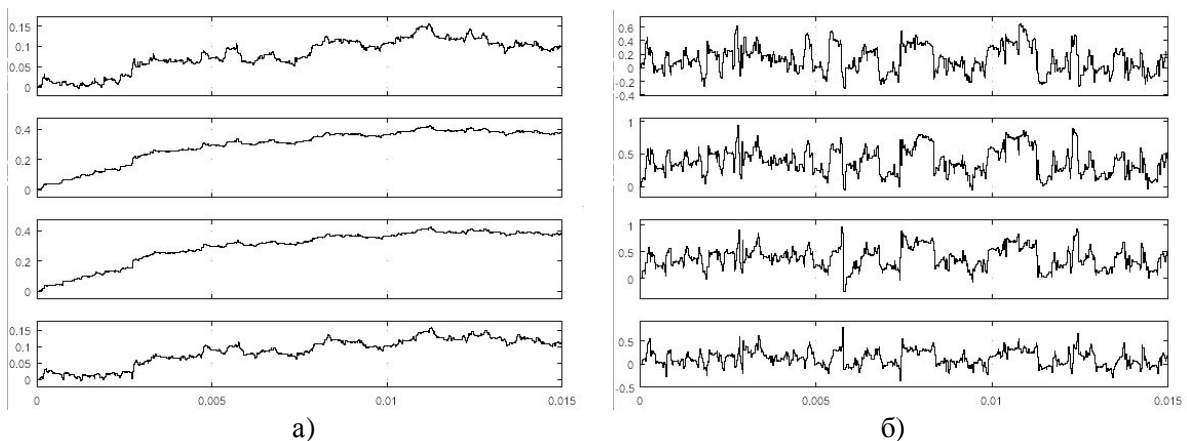


Рис. 4. Процес збіжності коефіцієнтів ДПХ залежно від значення кроку ітерації для фільтру 4-го порядку: а — $\mu = 0.01$; б — $\mu = 0.05$

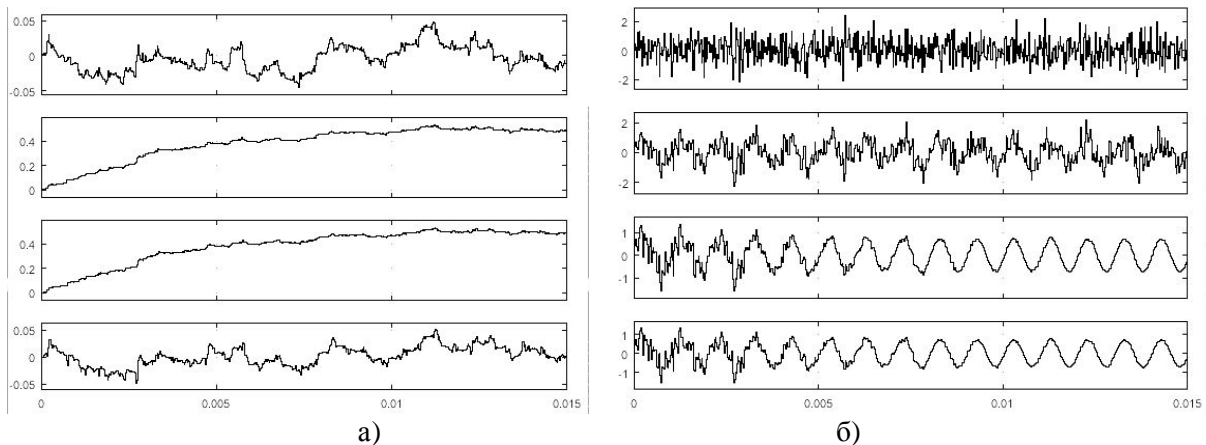


Рис. 5. Адаптація ДІХ АФ до невідомої системи (а) і відповідний відфільтрований сигнал на виході (б)

Для того щоб довести, що коефіцієнти ДІХ адаптивного фільтру прагнуть адаптуватися до невідомої системи, в нашому випадку повторюють коефіцієнти використовуваних фільтрів (рис. 4). Коефіцієнти ДІХ другого фільтру (рис. 4): 0; 0,5; 0,5; 0. Відповідна фільтрація сигналу у відповідності з ДІХ (рис. 5, а) представлено на (рис. 5, б).

З метою кількісної оцінки роботи блоків АФ було виміряні нелінійні спотворення на виході фільтрів різного порядку (табл. 1), а також отримано часові параметри сигналів АФ (рис. 6, 7). Рівень спотворень вимірювався вбудованим блоком THD в режимі одотонального сигналу, а саме на частоті 1кГц.

Таблиця 1. Залежність коефіцієнту THD від порядку фільтру

Порядок фільтру	Коефіцієнт нелінійних спотворень (THD, %)
24	2,38
28	1,05
32	0,09

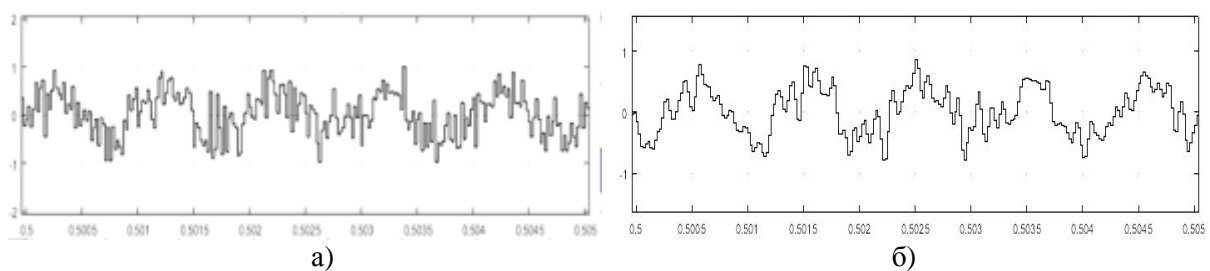


Рис. 6. Сигнали в часовій області: а — сигнал з шумом; б — відфільтрований сигнал АФ 24-го порядку

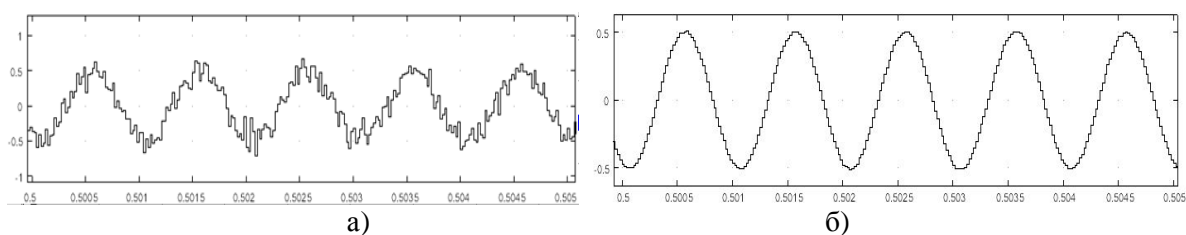


Рис. 7. Відфільтрований сигнал АФ 26-го порядку (а) і 28-го порядку (б)

Результати дослідження адаптивної фільтрації багатотонального сигналу.

З метою визначення ефективності розробленої моделі АФ було виконано зрівняльний кількісний та якісний аналіз з вбудованою моделлю МНК-фільтра в Simulink. На відміну від попереднього сигналу було обрано один з найпоширеніших сигналів, а саме багатотональний сигнал. Частота дискретизації в моделі Simulink була обрана 48 кГц. Часові параметри сигналів даної моделі Simulink представлено на рис. 8—10, а відповідні їм частотні характеристики на рис. 11—13.

Зміну коефіцієнтів ДІХ адаптивного МНК-фільтра в процесі моделювання також можливо спостерігати використовуючи блок осцилографу Scope (рис. 14).

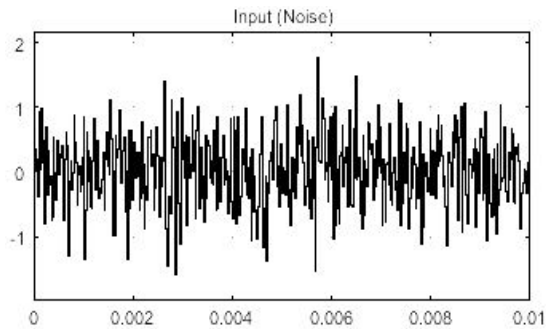


Рис. 8. Вхідний шумовий сигнал

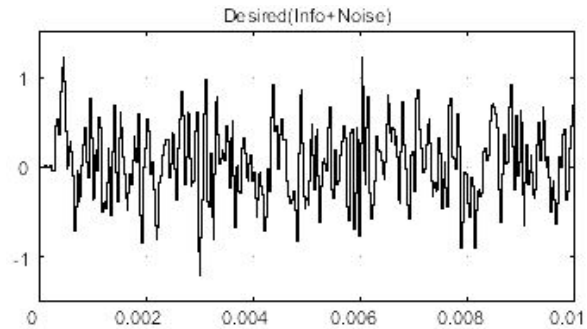
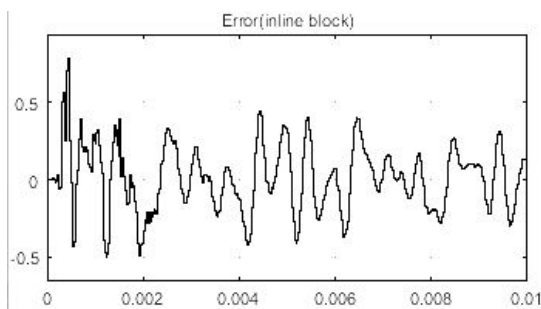
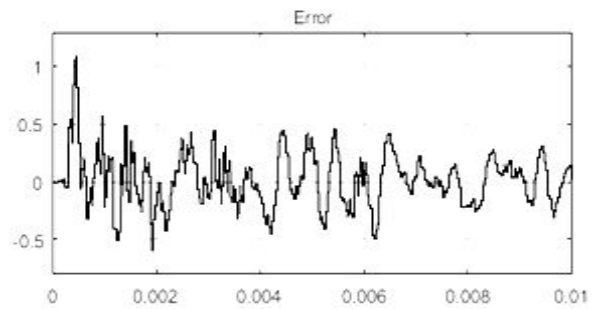


Рис. 9. Суміш корисного сигналу та шуму



а)



б)

Рис. 10. Сигнали похибки: вбудованого блоку (а) і запропонованого блоку(б)

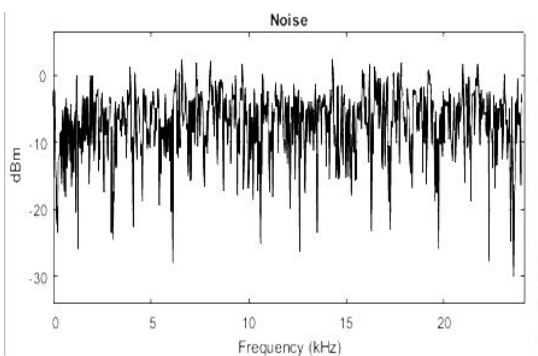


Рис. 11. Спектр шумового сигналу

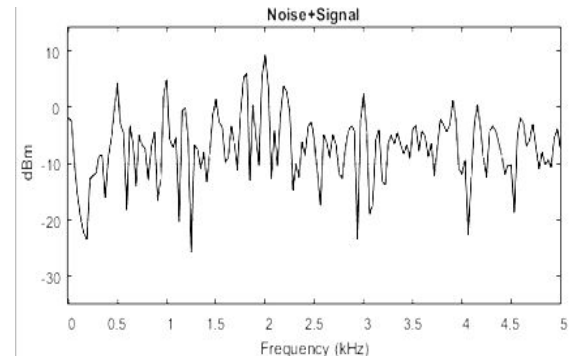


Рис. 12. Спектр суміші сигналів

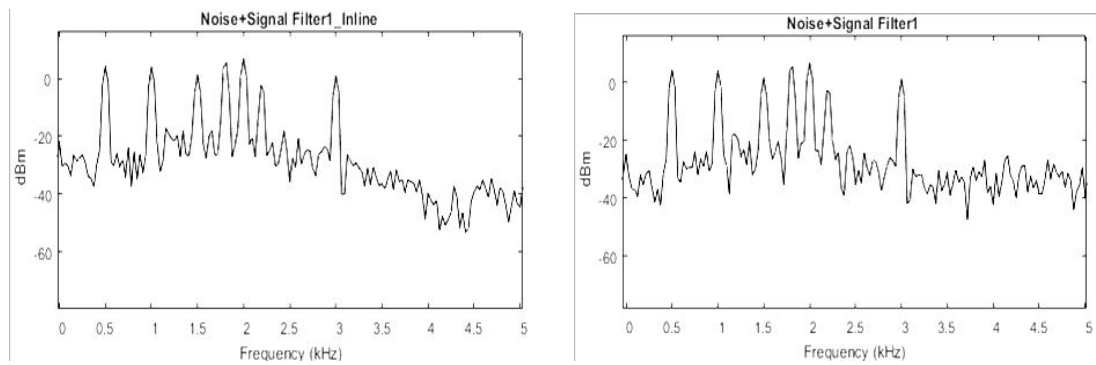


Рис. 13. Спектр похибки АФ 28-го порядку: вбудованого блоку (а) і запропонованого блоку(б)

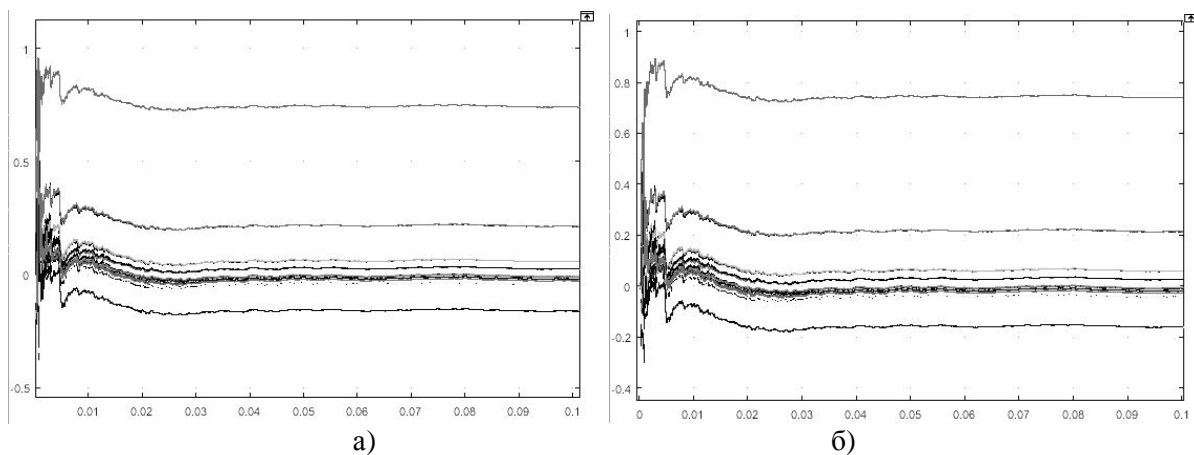


Рис. 14. Зміна коефіцієнтів вбудованого (а) та запропонованого блоку АФ в процесі моделювання (б)

Висновки

В даній роботі розглядалося створення АФ на основі МНК в середовищі Simulink. Запропонована імітаційна модель була апаратно-орієнтована на ПЛІС та зібрана з елементарних цифрових блоків. Описано методику дослідження адаптивної фільтрації за МНК.

В ході дослідження було обрано оптимальний порядок фільтру на основі аналізу коефіцієнту нелінійних спотворень (ТНД), часових та частотних характеристик відфільтрованих сигналів. Проаналізовано зміну коефіцієнтів фільтру в процесі імітаційного моделювання у вигляді часового графіку. Порівняно роботу вбудованого та запропонованого блоків МНК-фільтрів у Simulink.

У результаті дослідження можливо зробити наступні висновки: якісна фільтрація починається з 28 порядку фільтру; збільшення порядку фільтру більше 28 не дає значного якісного покращення результатів фільтрації; АФ працює коректно, що підтверджують результати очищення сигналу багатотонального сигналу.

Список використаної літератури

1. Paulo S. R. Diniz Adaptive Filtering. Springer New York, NY. 2013. 694 p.
2. Adali T. and Haykin S. Adaptive Signal Processing. Wiley-IEEE Press. 2010. 407 p.
3. Farhang-Boroujeny, B. Adaptive Filters: Structures, Algorithms, and Applications. 2013. 800 p.
4. Murphy, K. P. Machine Learning: A Probabilistic Perspective. 2012. 1098 p.

5. Hayes, M. H. *Statistical Digital Signal Processing and Modeling*. 2009. 624 p.
6. Proakis, J. G., Manolakis, D. G. *Digital Signal Processing: Principles, Algorithms, and Applications*. 2019. 1033 p.
7. Mohan, B. M. *Adaptive Filters: Theory and Applications*. 2018. 800 p.
8. Sayed, A. H. *Fundamentals of Adaptive Filtering*. John Wiley & Sons, 2003. 820 p.
9. Bernard, G. *Adaptive Filtering: Prediction and Control*. Dover Publications, 2003. 540 p.
10. Chi, C.-Y., Tan, L. *Adaptive Filters: Theory and Applications*. CRC Press, 2016. 802 p.

SIMULATION MODEL OF AN ADARTIVE DIGITAL FILTER BASED ON THE LEAST SQUARES METHOD

Abstract

In accordance with contemporary requirements in the fields of mobile and embedded telecommunications and electronics, there is a growing need for faster, smaller, and energy-efficient digital electronic devices (DEDs). These devices include microcontrollers, digital signal processors, and programmable logic integrated circuits (FPGAs).

Utilizing DEDs involves the hardware execution of advanced digital signal processing (DSP) algorithms tailored to the specific architecture of the electronic device. To expedite the design process when directly implementing DSP algorithms in hardware, simulation models are generated to facilitate optimizing the design during the creation of the programming component for FPGAs.

The paper discusses the outcomes of an investigation into an adaptive filter (AF) model that relies on the recursive least squares method (RLS). During the simulation, an analysis of the time and frequency parameters of the AF model was conducted. It was determined that the quality of the filtering process reaches a plateau at the 28th order, and further increasing the AF order does not lead to a significant improvement in signal filtering. Instead, it results in an increased demand for hardware resources. Furthermore, during the verification of the proposed simulation model, an AF-based noise reduction system was simulated. The total harmonic distortion (THD) level for the built-in AF unit was found to be 1.05 % that serves as confirmation of the effectiveness of the developed AF unit.

Therefore, through this investigation, the most suitable order for the AF has been identified. This choice will enable a more effective utilization of FPGA resources when implementing the AF in hardware. The study results validate the accuracy and effectiveness of the hardware-centric simulation model developed, while also demonstrating the hardware-oriented architecture of the adaptive RLS filter for its forthcoming implementation on FPGA.

References

- [1] Paulo S. R. Diniz (2013) *Adaptive Filtering*. Springer New York, NY. 2013. 694 p. [in USA]
- [2] Adali T. and Haykin S. *Adaptive Signal Processing*. Wiley-IEEE Press. 2010. 407 p. [in USA]
- [3] Farhang-Boroujeny, B. *Adaptive Filters: Structures, Algorithms, and Applications*. 2013. 800 p. [in USA]
- [4] Murphy, K. P. *Machine Learning: A Probabilistic Perspective*. 2012. 1098 p. [in USA]
- [5] Hayes, M. H. *Statistical Digital Signal Processing and Modeling*. 2009. 624 p. [in USA]
- [6] Proakis, J. G., Manolakis, D. G. *Digital Signal Processing: Principles, Algorithms, and Applications*. 2019. 1033 p. [in USA]
- [7] Mohan, B. M. *Adaptive Filters: Theory and Applications*. 2018. 800 p. [in USA]
- [8] Sayed, A. H. *Fundamentals of Adaptive Filtering*. John Wiley & Sons, 2003. 820 p. [in USA]
- [9] Bernard, G. *Adaptive Filtering: Prediction and Control*. Dover Publications, 2003. 540 p. [in USA]
- [10] Chi, C.-Y., Tan, L. *Adaptive Filters: Theory and Applications*. CRC Press, 2016. 802 p. [in USA]

Надійшла до редколегії 24.10.2023