КОМП'ЮТЕРНІ НАУКИ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ

DOI: 10.31319/2519-2884.38.2021.14
УДК 530.12
С.Є. Самохвалов, д.т.н., професор
А.А. Грищенко, магістр, Alisaaaaa999@gmail.com
Дніпровський державний технічний університет, м. Кам'янське

ЗАКОНИ РУХУ ЗАРЯДЖЕНОЇ МАТЕРІЇ В РЕПЕРНИХ ТЕОРІЯХ ГРАВІТАЦІЇ

У роботі вирішена актуальна наукова задача, автори проаналізували закони руху зарядженої матерії в реперних теоріях гравітації. Метою роботи було проаналізувати закони руху зарядженої матерії в реперних теоріях гравітації з вищими похідними від польових змінних. Доведено, що рівняння довільного калібрувального поля внутрішньої симетрії V^g *в незалежності від конкретного виду його лагранжіану може бути записано як у вигляді рівняння Ейнштейна, так і в суперпотенціальній формі, тобто як вираження повного струму калібрувальних зарядів системи через суперпотенціал, який визначається конкретним видом лагранжіана калібрувального поля, тобто в вигляді рівнянь Янга-Міллса. Відзначимо, що на підставі розглянутих в статті законів руху зарядженої матерії в реперних теоріях гравітації можна успішно досліджувати закони руху в інших теоріях гравітації, що може бути корисно в різних галузях теоретичної і експериментальної фізики.*
Ключові слова*: закони руху; гравітація; репер; заряджена матерія.*

The actual scientific problem is solved in the work, the authors analyze the laws of motion of charged matter in the gauge theories of gravity. The aim of this work is to analyze the laws of motion of charged matter in gauge theories of gravitation with higher derivatives of field variables. It is proved that the equation of an arbitrary gauge field of internal symmetry, regardless of the specific type of its Lagrangian, can be written both in the form of Einstein's equation and in superpotential form. That is, as an expression of the total current of the gauge charges of the system through the superpotential, which is determined by a specific type of Lagrangian of the gauge field, i.e. in the form of the Young-Mills equations. Note that on the basis of the laws of motion of charged matter considered in the article in gauge theories of gravity, we can successfully study the laws of motion in other theories of gravity, which can be useful in various fields of theoretical and experimental physics.
Keywords*: laws of motion, gravity, gauge, charged matter.*

Постановка проблеми

У загальній теорії відносності (ЗТВ) стверджується, що матерія, яка породжує гравітаційне поле, не може рухатись довільно, вона повинна підпорядковуватись певним рівнянням, які слідують з рівнянь гравітаційного поля як умови їх сумісності. Д.Гілберт показав цю властивість у своїй роботі [1], в якій рівняння ЗТВ, як варіаційні рівняння Лагранжа, були опубліковані вперше. Він означив, що якщо джерелом гравітаційного поля є електромагнітне поле, чотири лінійні комбінації рівнянь електромагнітного поля і їх похідних при виконанні рівнянь гравітаційного поля дорівнюють нулю. А.Ейнштейн і Я.Громмер у своїй роботі [2] показали, що з рівнянь гравітаційного поля для їх сумісності необхідно, щоб порошинки пилової матерії рухалися по геодезичним ріманового простору,що описує це гравітаційне поле — такий факт стосується твердої матерії.

В статті припускається, що матерія несе калібрувальний заряд і присутнє калібрувальне поле внутрішньої симетрії V^g. Симетрія теорії в цьому випадку розширюється до групи $G_M^g = V^g \times| T_M^g$, яка є напівпрямим добутком груп V^g та T_M^g.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

У наш час вчені реєструють гравітаційні хвилі і аналізують умови їх випромінювання [3], що відновило зацікавленість до проблеми руху. Відмітимо, що теорії гравітації з вищими похідними польових змінних в лагранжіані гравітаційного поля (наприклад f(R)-теорії) [4] стали дуже популярними у сьогоденні. Розроблений в роботі [5] теоретико-груповий метод робить можливим досліджувати закони руху в таких теоріях.

Формулювання мети дослідження

Проаналізувати закони руху зарядженої матерії в реперних теоріях гравітації з вищими похідними від польових змінних.

Дана робота є продовженням робіт «Квазілокальність калібрувальних зарядів»[6] та «Закони руху в реперних теоріях гравітації»[7]. Посилання на формули з цих робіт даються у вигляді (I. …) (перед номером формули з [6] стоїть символ I.) та (II. …) (перед номером формули з [7] стоїть символ II.)

Виклад основного матеріалу

Виокремимо з полів матерії калібрувальне поле A^i_μ внутрішньої симетрії V^g (надалі просто — калібрувальне поле), а під матерією розумітимемо всі поля ψ^ξ, за винятком гравітаційного та калібрувального. Вважатимемо матерію калібрувально зарядженою. Отже лагранжіан теорії в цьому випадку має три складові:

$$L = \sqrt{g}L_G(h,\partial h,...,\partial^{(n)}h) + \sqrt{g}L_A(h,A,\partial A) + \sqrt{g}L_\psi(h,\partial h,A,\psi,\partial\psi) \qquad (1)$$

і польові змінні q^I розпадаються в систему $\{h^m_\mu, A^i_\nu, \psi^\xi\}$, що еквівалентно розбиттю польового індексу I в мультиіндекс $\{{}^m_\mu, {}^i_\nu, {}^\xi\}$.

Симетрія теорій, що розглядаються, описується нескінченною деформованою групою $G^g_M = V^g \times) T^g_M$, котра має структуру напівпрямого добутку груп T^g_M та V^g. Конкретизувати теорію, конкретизуючи складові її лагранжіану, не будемо, проводячи розгляд в загальному вигляді спираючись виключно на симетрію теорії, причому всі складові лагранжіана (1) вважатимемо G^g_M-інваріантними. Інфінітезимальні перетворення польових змінних при дії групи G^g_M описуються формулами:

$$\delta h^m_\mu = -F^m_{\mu n}t^n - \partial_\mu t^m, \qquad \delta A^i_\mu = F^i_{\mu n}t^n - F^i_{jk}A^j_\mu \upsilon^k - \partial_\mu \upsilon^i,$$
$$\delta\psi^\xi = -(\partial_n + A^i_n Z_i)\psi^\xi t^n + Z_i\psi^\xi \upsilon^i, \qquad (2)$$

звідки слідують наступні вирази для необхідних нам надалі коефіцієнтів, що відповідають формулі (I.28):

$$a^m_{\mu n} = -F^m_{\mu n}, \quad a^i_{\mu n} = F^i_{\mu n}, \quad a^i_{\mu k} = -F^i_{jk}A^j_\mu, \quad b^{m\nu}_{\mu n} = -\delta^\nu_\mu\delta^m_n, \quad b^{i\nu}_{\mu j} = -\delta^\nu_\mu\delta^i_j,$$
$$a^\xi_n = -(\partial_n + A^i_n Z_i)\psi^\xi, a^\xi_i = Z_i\psi^\xi. \qquad (3)$$

Тут υ^i — параметри калібрувальної групи внутрішньої симетрії V^g, які будемо помічати індексами i, j, k, а Z_i — генератори польового зображення групи V^g.

Введемо позначення для варіаційних похідної лагранжіану калібрувального поля внутрішньої симетрії:

$$[\sqrt{g}L_A]^\mu_i =: \sqrt{g}G^\mu_i, \; [\sqrt{g}L_A]^\mu_m =: -\sqrt{g}\theta^\mu_m, \qquad (4)$$

а також варіаційної похідної лагранжіана матерії

$$[\sqrt{g}L_\psi]^\mu_i =: -\sqrt{g}j^\mu_i, \qquad (5)$$

яка з'являється внаслідок того, що матерія в нас вважається калібрувально зарядженою. З цими позначеннями варіаційні похідні повного лагранжіана L по потенціалам h^m_μ і A^i_μ калібрувальних полів як зовнішньої (просторово-часової), так і внутрішньої симетрії приймають вигляд: $[L]_m^\mu = \sqrt{g}(G_m^\mu - \theta_m^\mu - \tau_m^\mu)$, $[L]_i^\mu = \sqrt{g}(G_i^\mu - j_i^\mu)$. Вираз для варіаційних похідних по полям матерії залишається незмінним

$$[L]_\xi = [\sqrt{g}L_\psi]_\xi = \sqrt{g}G_\xi, \qquad (6)$$

хоча самі функції $G_\xi = f_\xi - \nabla_\sigma p_\xi^\sigma$ в присутності калібрувальних полів внутрішньої симетрії змінюються внаслідок залежності лагранжіана матерії $\sqrt{g}L_\psi$ від полів A_μ^i.

З першого означення (4) слідує

$$G_i^\mu = -i_i^\mu - \nabla_\sigma B_i^{\mu\sigma}, \qquad (7)$$

де $B_i^{\mu\sigma} := \partial_i^{\nu,\sigma} L_A$, $\quad i_i^\mu := -\partial_i^\mu L_A$. При записі виразу (7) враховано, що тензор $B_i^{\mu\sigma}$, як слідує з означення (I.39), застосованого до перетворень (2), є тензорним суперпотенціалом, пов'язаним з перетвореннями внутрішньої симетрії V^g, а тому є антисиметричним за верхніми індексами. Тензор $B_i^{\mu\sigma}$ називатимемо *тензором індукції калібрувального поля* A_μ^i. Крім того, з другого означення (4) слідує: $\sqrt{g}\theta_m^\mu = -\partial_m^\mu(\sqrt{g}L_A)$, а з означення (5) слідує: $j_i^\mu = -\partial_i^\mu L_\psi$. З лагранжіаном калібрувального поля $\sqrt{g}L_A$ з'являються нові складові струмів, які позначатимемо індексом A. Крім того, змінюються вирази для струмів поля матерії, бо воно стає калібрувально зарядженим. Ньотерівські струми, пов'язані з калібрувальними трансляціями, конкретизують формулу (I.38) з врахуванням виразів (3) для відповідних коефіцієнтів:

$$J_{A\,n}^{\ \ \nu} = -\sqrt{g}(B_i^{\mu\nu} F_{\mu n}^i + L_A h_n^\nu), \qquad (8)$$

$$J_{\psi\,n}^{\ \ \nu} = \sqrt{g}[\beta_m^{\mu\nu} F_{\ \mu n}^m + p_\xi^\nu(\partial_n + A_n^i Z_i)\psi^\xi - L_\psi h_n^\nu]. \qquad (9)$$

Для гравітаційного поля тензорна густина енергії-імпульсу $J_{G\,n}^{\ \ \nu} = \sqrt{g}t_n^\nu$ залишається тією самою. З калібрувальними перетвореннями внутрішньої симетрії пов'язані струми: $J_{A\,i}^{\ \ \nu} = \sqrt{g}B_j^{\mu\nu} F_{ki}^j A_\mu^k$, $J_{\psi\,i}^{\ \ \nu} = -\sqrt{g}p_\xi^\nu Z_i\psi^\xi$, отже

$$J_{\psi\,n}^{\ \ \nu} = \sqrt{g}(\beta_m^{\mu\nu} F_{\ \mu n}^m + p_\xi^\nu \partial_n\psi^\xi - L_\psi h_n^\nu) - A_n^i J_{\psi\,i}^{\ \ \nu}. \qquad (10)$$

Тотожність (I.33), застосована для T_M^g-перетворень лагранжіана $\sqrt{g}L_A$, дає $\sqrt{g}\theta_m^\mu = J_{A\,m}^{\ \ \mu}$ і свідчить про те, що означена у (4) величина θ_m^μ є тензором енергії-імпульсу калібрувального поля. Застосування тотожності (I.33) для T_M^g-перетворень повного лагранжіана (1) зводиться до

$$-[L]_m^\mu/\sqrt{g} = -(G_m^\mu - \theta_m^\mu - \tau_m^\mu) = T_{\ m}^\mu + \nabla_\sigma B_{\ m}^{\mu\sigma}, \qquad (11)$$

де тепер $T_m^\mu = t_m^\mu + \theta_m^\mu + \tau_m^\mu$ є повним тензором енергії-імпульсу гравітаційного, калібрувального та матеріального полів. З цієї тотожності слідує, що рівняння гравітаційного поля $[L]_m^\mu = 0$ і в даному випадку може бути записаним як в формі рівняння Ейнштейна $G_m^\mu = \theta_m^\mu + \tau_m^\mu$, так і в суперпотенціальній формі $\nabla_\sigma B_{\ m}^{\mu\sigma} = -T_{\ m}^\mu$.

Тотожність (I.33) для V^g-перетворень лагранжіанів $\sqrt{g}L_A$ та $\sqrt{g}L_\psi$ дає:

$$-G_i^\nu = J_{A\,i}^{\ \ \nu}/\sqrt{g} + \nabla_\sigma B_i^{\nu\sigma}, \qquad (12)$$

$$j_i^\nu = J_{\psi i}^{\ \nu} / \sqrt{g} \tag{13}$$

відповідно. Порівнюючи (12) з (7) одержуємо $i_i^\nu = J_{A i}^{\ \nu} / \sqrt{g}$. Отже вектори i_i^ν та j_i^ν є струмами калібрувальних зарядів калібрувального та матеріального полів відповідно.

Внаслідок V^g-симетрії повного лагранжіана (1) тотожність (І.33) зводиться до $-[L]_i^\nu / \sqrt{g} = -(G_i^\nu - j_i^\nu) = I_i^\nu + \nabla_\sigma B_i^{\nu\sigma}$, де $I_i^\nu = i_i^\nu + j_i^\nu$ — повний (сумарний) струм клібрувальних зарядів калібрувального поля та поля матерії. Отже рівняння калібрувального поля $[L]_i^\nu = 0$, як і гравітаційного, може бути записаним як в формі рівняння Ейнштейна $G_i^\nu = j_i^\nu$, так і в суперпотенціальній формі

$$\nabla_\sigma B_i^{\nu\sigma} = -I_i^\nu, \tag{14}$$

тобто в формі рівнянь Янга-Міллса. Це є наслідком V^g-інваріантності теорії і не залежить від конкретного виду лагранжіанів $\sqrt{g}L_A$ та $\sqrt{g}L_\psi$, які визначають конкретні вирази для величин $B_i^{\nu\sigma}$ і I_i^ν.

Теорема. *Рівняння калібрувального поля $[L]_i^\nu = 0$ в будь якій калібрувальній теорії групи V^g може бути записане як в формі рівняння Ейнштейна $G_i^\nu = j_i^\nu$, так і в суперпотенціальній формі $\nabla_\sigma B_i^{\nu\sigma} = -I_i^\nu$, що є вираженням повного струму калібрувальних зарядів I_i^ν через коваріантну дивергенцію тензора індукції калібрувального поля $B_i^{\nu\sigma}$, який є його тензорним суперпотенціалом.*

Тотожності (І.32), що відповідають T_M^g-інваріантності лагранжіанів $\sqrt{g}L_G$, $\sqrt{g}L_A$ та $\sqrt{g}L_\psi$, мають наступний вигляд:

$$-G_m^\mu F_{\ \mu n}^m = \nabla_\sigma t_n^\sigma, \quad \theta_m^\mu F_{\ \mu n}^m + G_i^\mu F_{\mu n}^i = \nabla_\sigma \theta_n^\sigma \tag{15}$$

$$\tau_m^\mu F_{\ \mu n}^m - j_i^\mu F_{\mu n}^i - G_\xi(\partial_n + A_n^i Z_i)\psi^\xi = \nabla_\sigma \tau_n^\sigma \tag{16}$$

$$-G_\xi(\partial_n + A_n^i Z_i)\psi^\xi = \nabla_\sigma \tau_n^\sigma - \tau_m^\mu F_{\ \mu n}^m + j_i^\mu F_{\mu n}^i \tag{16'}$$

і в сумі дають тотожність, що відповідає повному лагранжіану L (1):

$$-(G_m^\mu - \theta_m^\mu - \tau_m^\mu)F_{\ \mu n}^m + (G_i^\mu - j_i^\mu)F_{\mu n}^i - G_\xi(\partial_n + A_n^i Z_i)\psi^\xi = \nabla_\sigma T_n^\sigma . \tag{17}$$

Випишемо тепер тотожності (І.32), що відповідають V^g-інваріантності лагранжіанів $\sqrt{g}L_A$ та $\sqrt{g}L_\psi$:

$$-G_j^\mu F_{ki}^j A_\mu^k = \nabla_\sigma i_i^\sigma, \; j_j^\mu F_{ki}^j A_\mu^k + G_\xi Z_i \psi^\xi = \nabla_\sigma j_i^\sigma \tag{18}$$

а також їх суму:

$$-(G_j^\mu - j_j^\mu)F_{ki}^j A_\mu^k + G_\xi Z_i \psi^\xi = \nabla_\sigma I_i^\sigma, \tag{19}$$

звідки слідує $G_\xi Z_i \psi^\xi = \nabla_\sigma I_i^\sigma + (G_j^\mu - j_j^\mu)F_{ki}^j A_\mu^k$, що дозволяє тотожності (16) надати ще вигляду $\nabla_\sigma \tau_n^\sigma = \tau_m^\mu F_{\ \mu n}^m - j_i^\mu F_{\mu n}^i - \nabla_\sigma I_i^\sigma A_n^i - (G_j^\mu - j_j^\mu)F_{ki}^j A_\mu^k A_n^i - G_\xi \partial_n \psi^\xi$, а другої тотожності (18) вигляду:

$$\nabla_\sigma j_i^\sigma = j_j^\mu F_{ki}^j A_\mu^k + \nabla_\sigma I_i^\sigma + (G_j^\mu - j_j^\mu) F_{ki}^j A_\mu^k . \tag{20}$$

На гравітаційній екстремалі $-[L]_m^\mu / \sqrt{g} = -(G_m^\mu - \theta_m^\mu - \tau_m^\mu) = T_m^\mu + \nabla_\sigma B_m^{\mu\sigma} = 0$, $\nabla_\sigma T_n^\sigma = 0$, отже з тотожності (17) слідує $(G_i^\mu - j_i^\mu) F_{\mu n}^i = G_\xi (\partial_n + A_n^i Z_i) \psi^\xi$, що з врахуванням тотожності (16) дає:

$$\nabla_\sigma \tau_n^\sigma = \tau_m^\mu F_{\mu n}^m - j_i^\mu F_{\mu n}^i - (G_i^\mu - j_i^\mu) F_{\mu n}^i . \tag{21}$$

На екстремалі калібрувального поля $-[L]_i^\nu / \sqrt{g} = -(G_i^\nu - j_i^\nu) = I_i^\nu + \nabla_\sigma B_i^{\nu\sigma} = 0$, $\nabla_\sigma I_i^\sigma = 0$, отже зі (19) слідує:

$$G_\xi Z_i \psi^\xi = 0 \tag{22}$$

а зі (20): $\nabla_\sigma j_i^\sigma = j_j^\mu F_{ki}^j A_\mu^k$ — *рівняння переносу калібрувального заряду матерії*. Друга тотожність (15) зводиться до тотожності $\nabla_\sigma \theta_n^\sigma = \theta_m^\mu F_{\mu n}^m + j_i^\mu F_{\mu n}^i$ — *рівняння переносу енергії-імпульсу калібрувального поля*, тотожність (16), з врахуванням (22), до $\nabla_\sigma \tau_n^\sigma = \tau_m^\mu F_{\mu n}^m - j_i^\mu F_{\mu n}^i - G_\xi \partial_n \psi^\xi$, а тотожність (17) — до

$$-(G_m^\mu - \theta_m^\mu - \tau_m^\mu) F_{\mu n}^m - G_\xi \partial_n \psi^\xi = \nabla_\sigma T_n^\sigma . \tag{23}$$

На екстремалі поля матерії $[L]_\xi = \sqrt{g} G_\xi = 0$, отже з (16) слідує

$$\nabla_\sigma \tau_n^\sigma = \tau_m^\mu F_{\mu n}^m - j_i^\mu F_{\mu n}^i \tag{24}$$

— *рівняння переносу енергії-імпульсу калібрувально зарядженої матерії*, або *закон її руху*. Присутність калібрувальної взаємодії описується тут додатковим доданком $-j_i^\mu F_{\mu n}^i$ — густиною сили Лоренца, узагальненої на випадок довільного калібрувального поля внутрішньої симетрії. Крім того з тотожності (17) слідує тотожність

$$-(G_m^\mu - \theta_m^\mu - \tau_m^\mu) F_{\mu n}^m + (G_i^\mu - j_i^\mu) F_{\mu n}^i = \nabla_\sigma T_n^\sigma , \tag{25}$$

а з другої тотожності (18) — знову ж таки, рівняння переносу калібрувального заряду матерії.

При одночасному виконанні рівнянь гравітаційного та калібрувального полів з тотожності (21) одержуємо закон руху калібрувально зарядженої матерії: $\nabla_\sigma \tau_n^\sigma = \tau_m^\mu F_{\mu n}^m - j_i^\mu F_{\mu n}^i$. В той же час, з тотожності (23) слідує рівняння $G_\xi \partial_n \psi^\xi = 0$. При одночасному виконанні рівнянь гравітаційного поля та поля матерії тотожність (25) (або 21)) зводиться до рівняння $(G_i^\mu - j_i^\mu) F_{\mu n}^i = -(I_i^\mu + \nabla_\sigma B_i^{\mu\sigma}) F_{\mu n}^i = 0$, яке еквівалентне частині рівнянь калібрувального поля. При одночасному виконанні рівнянь калібрувального поля та поля матерії тотожність (23) дає $-(G_m^\mu - \theta_m^\mu - \tau_m^\mu) F_{\mu n}^m = \nabla_\sigma T_n^\sigma$, і за умови додаткового припущення про збереження повної енергії-імпульса $\nabla_\sigma T_n^\sigma = 0$, з врахуванням (11) одержуємо тотожність $(\nabla_\nu B_n^{\mu\nu} + T_n^\mu) F_{\mu m}^n = 0$, що узагальнює рівняння $(\nabla_\nu B_n^{\mu\nu} + T_n^\mu) F_{\mu m}^n = 0$ на випадок присутності калібрувального поля, яке враховується доданком θ_m^μ в виразі для T_m^μ.

Твердження. *В будь-якій $G_M^g = V^g \times) T_M^g$ — симетричній теорії гравітації і калібрувальної взаємодії внутрішньої симетрії: 1) при виконанні рівнянь гравітаційного поля $\nabla_\sigma B_m^{\mu\sigma} = -T_m^\mu$ та калібрувального поля внутрішньої симетрії $\nabla_\sigma B_i^{\mu\sigma} = -I_i^\mu$ (на гравітаційній та калібрувальній екстремалях): а) виконується закон руху калібрувально зарядженої ма-*

терії $\nabla_\sigma \tau_n^\sigma = \tau_m^\mu F_{\mu n}^m - j_i^\mu F_{\mu n}^i$ *; б) виконується рівняння* $G_\xi \partial_n \psi^\xi = 0$, *котре скрізь, де виконується умова* $rank(\partial_n \psi^\xi) = f$, *еквівалентне рівнянню поля матерії* $G_\xi = 0$ *; 2) при виконанні рівнянь калібрувального поля* $\nabla_\sigma B_i^{\mu\sigma} = -I_i^\mu$ *(на екстремалі калібрувального поля): а) виконується рівняння переносу калібрувального заряду матерії* $\nabla_\sigma j_i^\sigma = j_j^\mu F_{k\,i}^j A_\mu^k$ *; б) виконується рівняння переносу енергії-імпульсу калібрувального поля* $\nabla_\sigma \theta_n^\sigma = \theta_m^\mu F_{\mu n}^m + j_i^\mu F_{\mu n}^i$*; 3) при виконанні рівнянь поля матерії* $G_\xi = 0$ *(на екстремалі поля матерії): а) виконується закон руху калібрувально зарядженої матерії* $\nabla_\sigma \tau_n^\sigma = \tau_m^\mu F_{\mu n}^m - j_i^\mu F_{\mu n}^i$ *; б) при додатковому припущенні виконання рівнянь гравітаційного поля* $\nabla_\sigma B_m^{\mu\sigma} = -T_m^\mu$ *виконується рівняння* $(I_i^\mu + \nabla_\sigma B_i^{\mu\sigma}) F_{\mu n}^i = 0$, *котре еквівалентне частині рівнянь калібрувального поля; в) при додатковому припущенні виконання рівнянь калібрувального поля* $\nabla_\sigma B_i^{\mu\sigma} = -I_i^\mu$, *а також збереження повної енергії-імпульсу* $\nabla_\mu T_m^\mu = 0$, *виконується рівняння* $(\nabla_\nu B_n^{\mu\nu} + T_n^\mu) F_{\mu m}^n = 0$, *котре еквівалентне частині рівнянь гравітаційного поля.*

Висновки

Доведено, що рівняння довільного калібрувального поля внутрішньої симетрії V^g в незалежності від конкретного виду його лагранжіану може бути записано як у вигляді рівняння Ейнштейна, так і в суперпотенціальній формі, тобто як вираження повного струму калібрувальних зарядів системи через суперпотенціал, який визначається конкретним видом лагранжіана калібрувального поля, тобто в вигляді рівнянь Янга-Міллса. Отже це є наслідком виключно V^g-симетрії теорії. Також, доведено твердження, в якому виявлені обмеження на рівняння одних полів, які слідують з припущення про виконання рівнянь руху для інших полів (наприклад, обмеження на рівняння гравітаційного поля та калібрувального поля внутрішньої симетрії, які слідують з припущення виконання рівнянь для поля матерії і т. ін). Зокрема одержано тотожність, яка узагальнює тотожність, знайдену Гілбертом для рівнянь електромагнітного поля, на випадок довільного калібрувального поля внутрішньої симетрії, причому при наявності калібрувально зарядженої матерії.

Список використаної літератури

1. Гілберт Д. Основания физики. В кн.: Альберт Эйнштейн и теория гравитации. Москва: Мир, 1979. С.133–145.
2. Эйнштейн А. Общая теория относительности и закон движения (Совместно с Я.Громмером). Собрание научных трудов. Т. II. Москва: Наука, 1966. С. 198–210.
3. Oltean M., Epp R., Sopuerta C., Spallicci A. and Mann R. Motion of localized sources in general relativity: gravitational self-force from quasilocal conservation laws. Phis. Rev., 2020. D101. 064060. arXiv:1907.03012 [gr-qc].
4. Pintoa P., Del Vecchiob L., Fatibeneb L. and Ferraris M. Extended cosmology in Palatini f(R)-theories. J. Cosmology and Astroparticle Physics, 2018. 044. arXiv:1807.00397 [gr-qc].
5. Самохвалов С.Е., Балакирева Е.Б. Теоретико групповое согласование принципов длины и равенства в геометрии. Изв. вузов. Математика, 2015. № 9. С. 31–45.
6. Самохвалов С.Є., Грищенко А.А. Квазілокальність калібрувальних зарядів. *Зб. наукових праць ДДТУ*, 2020. № 36. С. 113–117.
7. Самохвалов С.Є. Закони руху в реперних теоріях гравітації *Зб. наукових праць ДДТУ*, 2020. № 2(37).

THE LAWS OF MOTION IN GAUGE THEORIES OF GRAVITY

Samokhvalov S., Hryshchenko A.

Abstract

The general theory of relativity (GR) states that the matter that generates the gravitational field cannot move arbitrarily, it must obey certain equations that follow from the equations of the gravitational field as conditions for their compatibility. In this article we analyze the laws of motion of charged matter in gauge theories of gravitation with higher derivatives of field variables. **O**bject: to consider the laws of motion in gauge theories of gravitation. Task to analyze the laws of motion of charged matter in gauge theories of gravitation with higher derivatives of field variables. Conclusions: it is proved that the equation of an arbitrary gauge field of internal symmetry regardless of the specific type of its Lagrangian can be written both in the form of Einstein's equation and in superpotential form, i.e. as an expression of the total current of gauge charges through the superpotential determined by a specific type of Lagrangian that is, in the form of the Young-Mills equations. So this is a consequence of purely-symmetry theory. Also, a statement is proved in which the constraints on the equations of some fields, which follow from the assumption of the equations of motion for other fields. Research perspectives: nowadays, scientists register gravitational waves and analyze the conditions for their emission, and interest in the problem of motion has been renewed. Note that theories of gravity with higher derivatives of field variables in the Lagrangian of the gravitational field (for example, f(R)-theories) have become very popular in the present. Note that on the basis of the laws of motion of charged matter considered in the article in the gauge theory of gravity, it is possible to successfully further investigate the laws of motion in other theories of gravity, which can be useful in various areas of theoretical and experimental physics.

References

[1] GIlbert D. Osnovaniya fiziki. V kn.: Albert Eynshteyn i teoriya gravitatsii. Moskva: Mir, 1979. S.133-145.

[2] Eynshteyn A. Obschaya teoriya otnositelnosti i zakon dvizheniya (Sovmestno s Ya.Grommerom). Sobranie nauchnyih trudov. T. II. Moskva: Nauka, 1966. S.198-210.

[3] Oltean M., Epp R., Sopuerta C., Spallicci A. and Mann R. Motion of localized sources in general relativity: gravitational self-force from quasilocal conservation laws. Phis. Rev., 2020. D101. 064060. arXiv:1907.03012 [gr-qc].

[4] Pintoa P., Del Vecchiob L., Fatibeneb L. and Ferraris M. (2018) Extended cosmology in Palatini f(R)-theories. *J. Cosmology and Astroparticle Physics*. 044. arXiv:1807.00397 [gr-qc].

[5] Samokhvalov S.E., Balakireva E.B. (2015). Teoretiko gruppovoe soglasovanie principov dlinny I ravenstva v geometrii [Group-theoretic agreement of the principles of length and equality in geometry]. *Izv. Vuzov. Matematica – News of the Univ. Mathematics.* №9. C.31-45.[in Ukraine]

[6] Samokhvalov S.E., Hryshchenko A.A. (2020) Kvazilocalnost kalibruvalnuh zariadov [Quasilocality of gauge charges]. *Zbirnuk naukovuh prac DDTU – Collection of scientific works of DDTU.* №36. C.113-117. [in Ukraine]

[7] Samokhvalov S.E. (2020). Zakony ruhu v repernyh teoriah gravitacii [Laws of motion in reference theories of gravity]. *Zbirnuk naukovuh prac DDTU – Collection of scientific works of DDTU.* №2(37). [in Ukraine]