## ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИКА, ЕЛЕКТРОТЕХНІКА ТА ЕЛЕКТРОМЕХАНІКА

УДК 62-83:681.513.5

DOI 10.31319/2519-2884.36.2020.10

КЛЮЄВ О.В., к.т.н., доцент САДОВОЙ О.В., д.т.н., професор

Дніпровський державний технічний університет, м. Кам'янське

## СИНТЕЗ ЗАКОНУ ЧАСТОТНОГО КЕРУВАННЯ ЗА МІНІМУМОМ СТРУМУ СТАТОРА НА ОСНОВІ РІВНЯНЬ ПОЛЕОРІЄНТОВАНОЇ МОДЕЛІ АСИНХРОННОЇ МАШИНИ

Вступ. Задачу частотного керування асинхронним електроприводом (ЕП) за мінімумом струму статора в технічній літературі почали розглядати на початку 70-х років XX століття [1, 2]. Розв'язання задач оптимізації здійснюється при різному рівні ідеалізації моделі магнітного кола асинхронної машини (АМ): без урахування і з урахуванням насичення. У першому випадку, характерному для початкового етапу становлення теорії частотного керування асинхронними машинами, одержують аналітичне розв'язання [1, 2]. В другому випадку розв'язання задачі оптимізації визначається з залученням пошукових чисельних методів [3, 4]. Найбільш важливими є результати до-сліджень режимів, отриманих при урахуванні насичення головного магнітного кола АМ. Закони керування, одержані для двигуна з лінійною характеристикою намагнічування, можуть бути справедливими лише в окремих випадках, наприклад, при роботі двигуна з малими навантаженнями. Необхідність урахування насичення головного магнітного кола АМ є чинником, який має принципове значення для достовірного розв'язання задачі оптимізації за мінімумом струму або мінімумом втрат, оскільки магнітний потік при оптимізації режимів АМ змінюється в широких межах, включаючи область насичення [1, 3, 4]. Головною перевагою режиму мінімуму струму статора є можливість одержання моментів, які значно перевищують паспортну величину критичного моменту, чим забезпечується максимальна перевантажувальна здатність електропривода при найкращому відношенні електромагнітного моменту до струму.

В переважній більшості літературних джерел закони частотного керування одержуються переважно на основі моделей, представлених у вигляді схем заміщення AM і рівнянь, які відповідають цим схемам. Таким чином, склалася певна методика визначення величини напруги живлення в залежності від її частоти, виходячи з якого-небудь заданого критерію якості сталого режиму роботи AM. З іншої сторони, добре відомі моделі AM у вигляді диференціальних рівнянь, складених в ортогональних осях координат, орієнтованих за орієнтуючим вектором[5, 6]. З часу появи праць з векторного керування [5, 6], що стали вже класичними, векторні моделі кладуться в основу методик синтезу замкнутих багатоканальних систем керування і не розглядалися питання синтезу на основі цих моделей законів частотного керування. У даній роботі пропонусться методика синтезу закону частотного керування, заснована не на схемі заміщення, а на рівняннях полеорієнтованої моделі AM.

**Постановка задачі.** Поставлено задачу одержання закону частотного керування за мінімумом струму статора на основі рівнянь АМ, складених в осях координат, орієнтованих за вектором потокозчеплення ротора, з наступною перевіркою розрахунків, проведених з використанням рівнянь статики, перехідними процесами у динамічній моделі АМ. **Результати роботи.** Рівняння динаміки АМ в осях координат, орієнтованих за вектором потокозчеплення ротора, мають наступний вигляд [6]:

$$U_{su} - k_{r}U_{ru} = (T_{1}'p + 1)R'I_{su} - L_{s}'\omega_{k}I_{sv} - \frac{k_{r}}{T_{r}}\Psi_{r};$$

$$U_{sv} - k_{r}U_{rv} = (T_{1}'p + 1)R'I_{sv} + L_{s}'\omega_{k}I_{su} + k_{r}\Psi_{r}\omega;$$

$$\Psi_{r} = \frac{T_{r}U_{ru} + L_{m}I_{su}}{T_{r}p + 1}; \quad \omega_{k} = \frac{U_{rv} + k_{r}R_{r}I_{sv}}{\Psi_{r}} + \omega;$$

$$M_{e} = \frac{3}{2}Nk_{r}\Psi_{r}I_{sv}; \quad \frac{J}{N}p\omega = M_{e} - M_{c},$$

$$(1)$$

де  $L_r = L_m + L_{r\sigma}; k_r = L_m/L_r; R' = R_s + k_r^2 R_r; L'_s = L_{s\sigma} + k_r L_{r\sigma}; T'_l = L'_s/R'; T_r = L_r/R_r$ . Вважаємо напруги ротора  $U_{ru}, U_{rv}$  рівними нулю і для статичного режиму оператор диференціювання дорівнюємо нулю, після чого система рівнянь (1) приймає вигляд

$$U_{su} = R'I_{su} - L'_{s}\omega_{0}I_{sv} - \frac{k_{r}}{T_{r}}\Psi_{r};$$

$$U_{sv} = R'I_{sv} + L'_{s}\omega_{0}I_{su} + k_{r}\Psi_{r}\omega;$$

$$\Psi_{r} = L_{m}I_{su}; \quad \omega_{0} = \frac{k_{r}R_{r}I_{sv}}{\Psi_{r}} + \omega; \quad M_{c} = \frac{3}{2}Nk_{r}\Psi_{r}I_{sv}.$$
(2)

Виражаємо значення струмів

$$I_{su} = \frac{\Psi_r}{L_m}; \quad I_{sv} = \frac{\Psi_r(\omega_0 - \omega)}{R_r k_r}$$
(3)

і підставляємо їх у перші два рівняння системи (1). У результаті після перетворень одержимо

$$U_{su} = \frac{R'}{L_m} \Psi_r - \frac{k_r}{T_r} \Psi_r - \frac{L'_s \omega_0^2}{R_r k_r} \Psi_r + \frac{L'_s \omega_0}{R_r k_r} \omega \Psi_r;$$

$$U_{sv} = \left(\frac{R'}{R_r k_r} + \frac{L'_s}{L_m}\right) \omega_0 \Psi_r + \left(k_r - \frac{R'}{R_r k_r}\right) \omega \Psi_r.$$
(4)



В рівняння (4) лінійно входять по окремості швидкість і потокозчеплення ротора. Якщо у вираз моменту статичного навантаження із системи (2) підставити виражене через потік значення струму  $I_{sv}$  з (3), то одержимо

$$M_{c} = \frac{3N}{2R_{r}} \Psi_{r}^{2} (\omega_{0} - \omega). \quad (5)$$

Для подальшого розуміння матеріалу потрібно роз-глянути векторну діаграму АМ з короткозамкненим ротором на рис.1, на якій зображено взаємне розташування ос-

новних векторів, які викорис-

Рисунок 1 – Векторна діаграма асинхронної машини для полеорієнтованої моделі

товуються в моделі. З векторної діаграми випливає

$$U_{sv} = U_s \sin v = \frac{U_s}{\sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 v}}.$$
(6)

Значення котангенса кута v можна одержати з системи (4), поділивши перше рівняння на друге:

$$\operatorname{ctgv} = \frac{U_{su}}{U_{sv}} = \frac{\frac{R'}{L_{m}} - \frac{k_{r}}{T_{r}} - \frac{L'_{s}\omega_{0}^{2}}{R_{r}k_{r}} + \frac{L'_{s}\omega_{0}}{R_{r}k_{r}}\omega}{\left(\frac{R'}{R_{r}k_{r}} + \frac{L'_{s}}{L_{m}}\right)\omega_{0} + \left(k_{r} - \frac{R'}{R_{r}k_{r}}\right)\omega}.$$
(7)

З другого рівняння системи (4) з урахуванням формули (6) виразимо модуль вектора потокозчеплення ротора і одержимо

$$\Psi_{\rm r} = \frac{\frac{U_{\rm s}}{\sqrt{1 + {\rm ctg}^2 \nu}}}{\left(\frac{{\rm R}'_{\rm r}}{{\rm R}_{\rm r} {\rm k}_{\rm r}} + \frac{{\rm L}'_{\rm s}}{{\rm L}_{\rm m}}\right) \omega_0 + \left({\rm k}_{\rm r} - \frac{{\rm R}'}{{\rm R}_{\rm r} {\rm k}_{\rm r}}\right) \omega}.$$
(8)

Якщо у формулу (8) підставити вираз (7), то приходимо до формули визначення потокозчеплення ротора при різних значеннях швидкості обертання ротора

$$\Psi_{\rm r} = \frac{U_{\rm s}}{\sqrt{\left(\left(\frac{R'}{R_{\rm r}k_{\rm r}} + \frac{L'_{\rm s}}{L_{\rm m}}\right)\omega_0 + \left(k_{\rm r} - \frac{R'}{R_{\rm r}k_{\rm r}}\right)\omega\right)^2 + \left(\frac{R'}{L_{\rm m}} - \frac{k_{\rm r}}{T_{\rm r}} - \frac{L'_{\rm s}\omega_0^2}{R_{\rm r}k_{\rm r}} + \frac{L'_{\rm s}\omega_0}{R_{\rm r}k_{\rm r}}\omega\right)^2} \quad (9)$$

Далі підставляємо значення потокозчеплення (9) у формулу (5) для статичного моменту і одержуємо вираз механічної характеристики:

$$M_{c} = \frac{\frac{3N}{2R_{r}}U_{s}^{2}(\omega_{0} - \omega)}{\left(\left(\frac{R'}{R_{r}k_{r}} + \frac{L'_{s}}{L_{m}}\right)\omega_{0} + \left(k_{r} - \frac{R'}{R_{r}k_{r}}\right)\omega\right)^{2} + \left(\frac{R'}{L_{m}} - \frac{k_{r}}{T_{r}} - \frac{L'_{s}\omega_{0}^{2}}{R_{r}k_{r}} + \frac{L'_{s}\omega_{0}}{R_{r}k_{r}}\omega\right)^{2}}.$$
 (10)

Кут між векторами потокозчеплення ротора і напруги статора знаходиться за формулою

$$v = 180 + \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{\operatorname{ctgv}}\right)\frac{180}{\pi}.$$
(11)

Формула (10) дозволяє розрахувати механічні характеристики при будь-якому законі частотного керування, коли за визначеними співвідношеннями змінюються кругова швидкість обертання  $\omega_0$  вектора напруги статора і амплітуда цього вектора  $U_s$ . Якщо задавати фіксовані значення  $\omega_0$  і відповідні їм за визначеним законом значення напруги  $U_s$ , то можливо побудувати сімейства механічних характеристик. При частотному керуванні регулюється амплітуда вектора напруги живлення статора  $|\vec{U}_s|$  і його кругова швидкість обертання  $\omega_0$ , але не піддається керуванню фаза (кут  $\nu$ ) вектора напруги статора  $\vec{U}_s$ . При цьому амплітуда вектора ставиться у функціональну залеж-

ність від частоти і виходить один незалежний канал керування швидкістю без можливості регулювання потоку. При векторному керуванні можливо регулювати всі три параметри вектора  $\vec{U}_s$ : кругову швидкість обертання  $\omega_0$ , амплітуду  $|\vec{U}_s|$  і фазовий кут  $\nu$ . Це забезпечує наявність двох каналів керування з можливістю регулювати швидкість обертання  $\omega$  і потокозчеплення  $\Psi_r$ .

На підставі рівнянь статики (2) і вже отриманих з них формул (5), (9), (10) виведемо закон частотного керування за критерієм мінімуму струму статора при постійному моменті навантаження. Із співвідношення (5) випливає формула для розрахунку абсолютного ковзання

$$\beta = \omega_0 - \omega = \frac{2R_r M_c}{3N\Psi_r^2}.$$
(12)

Якщо у формулі (9) позбутися від ірраціональності в знаменнику і записати його через абсолютне ковзання, то одержимо рівняння

$$\left(\frac{\mathbf{U}_{s}}{\Psi_{r}}\right)^{2} = \left[\left(\frac{\mathbf{L}_{s}}{\mathbf{L}_{m}} + \mathbf{k}_{r}\right)\omega_{0} - \left(\mathbf{k}_{r} - \frac{\mathbf{R}'}{\mathbf{k}_{r}\mathbf{R}_{r}}\right)\beta\right]^{2} + \left[\frac{\mathbf{R}'}{\mathbf{L}_{m}} - \frac{\mathbf{k}_{r}\mathbf{R}_{r}}{\mathbf{L}_{m} + \mathbf{L}_{r\sigma}} - \frac{\mathbf{L}_{s}'\omega_{0}}{\mathbf{k}_{r}\mathbf{R}_{r}}\beta\right]^{2}.$$
 (13)

У статті [7] вказано на те, що при оптимізації за мінімумом втрат активної потужності або за мінімумом струму статора необхідно враховувати нелінійність кривої намагнічування. У свою чергу в [8] ефект насичення магнітопроводу враховується наступною залежністю індуктивності контуру намагнічування від модуля вектора потокозчеплення

$$L_{\rm m} = 1,504L_{\rm mH} (\Psi_{\rm r}/\Psi_{\rm rH}) \operatorname{ctg}(\Psi_{\rm r}/\Psi_{\rm rH}) = a \Psi_{\rm r} \operatorname{ctg}(b \Psi_{\rm r}), \qquad (14)$$

де  $a = 1,504 L_{mH} / \Psi_{rH}$ ;  $b = 1 / \Psi_{rH}$ .

Якщо підставити (14) і (12) у вираз (13), то одержимо рівняння відносно модуля вектора потокозчеплення ротора

$$\left(\frac{U_{s}}{\Psi_{r}}\right)^{2} = \left[\left(\frac{L'_{s} tg(b\Psi_{r})}{a\Psi_{r}} + k_{r}\right)\omega_{0} - \left(k_{r} - \frac{R'}{k_{r}R_{r}}\right)\frac{2R_{r}M_{c}}{3N\Psi_{r}^{2}}\right]^{2} + \left[\frac{R' tg(b\Psi_{r})}{a\Psi_{r}} - \frac{k_{r}R_{r}}{a\Psi_{r} ctg(b\Psi_{r}) + L_{r\sigma}} - \frac{2L'_{s}\omega_{0}M_{c}}{3Nk_{r}\Psi_{r}^{2}}\right]^{2} + (15)$$

для статичного режиму роботи при відомих моменті навантаження  $M_c$  і параметрах напруги живлення статора: модуля вектора напруги статора  $U_s$  і його кругової частоти обертання  $\omega_0$ .

Сформуємо вираз квадрата модуля струму статора як цільову функцію частотного керування. З огляду на формули (3) можна записати

$$I_{s}^{2} = I_{su}^{2} + I_{sv}^{2} = \Psi_{r}^{2} \left( \frac{1}{L_{m}^{2}} + \frac{(\omega_{0} - \omega)^{2}}{R_{r}^{2}k_{r}^{2}} \right).$$
(16)

Виразимо величину  $\Psi_r^2$  з тотожності (5) і, підставивши її у формулу (16), після перетворень будемо мати

$$I_{s}^{2} = \frac{2R_{r}M_{c}}{3N} \left( \frac{1}{L_{m}^{2}(\omega_{0} - \omega)} + \frac{(\omega_{0} - \omega)}{R_{r}^{2}k_{r}^{2}} \right).$$
(17)

Після підстановки в (17) виразів (12) для абсолютного ковзання і (14) для індуктивності контуру намагнічування одержимо наступний вираз для модуля струму статора як функції однієї змінної – потокозчеплення ротора при незмінному моменті навантаження:

$$I_{s} = \sqrt{\frac{2R_{r}M_{c}}{3N}} \left( \frac{3N tg^{2}(b\Psi_{r})}{2a^{2}R_{r}M_{c}} + \frac{2M_{c}}{3Nk_{r}^{2}R_{r}\Psi_{r}^{2}} \right).$$
(18)

Закон частотного керування можна одержати з виразу (10). Після перетворення знаменника виразу (10) закон частотного керування приймає наступний вигляд:

$$U_{s} = \sqrt{\frac{2R_{r}M_{c}}{3N\beta}} \cdot \sqrt{\left[\left(\frac{L_{s}}{L_{m}} + k_{r}\right)\omega_{0} - \left(k_{r} - \frac{R'}{k_{r}R_{r}}\right)\beta\right]^{2} + \left[\frac{R'}{L_{m}} - \frac{k_{r}R_{r}}{L_{m} + L_{r\sigma}} - \frac{L_{s}'\beta}{k_{r}R_{r}}\omega_{0}\right]^{2}}.$$
 (19)

Функцію однієї змінної (18) диференціюємо за потокозчепленням і дорівнюємо похідну нулю. У результаті перетворень одержимо рівняння

$$\frac{dI_{s}}{d\Psi_{r}} = \frac{3Nb\sin(b\Psi_{r})}{a^{2}M_{c}\cos^{3}(b\Psi_{r})} - \frac{4M_{c}}{3Nk_{r}^{2}\Psi_{r}^{3}} = 0, \qquad (20)$$

розв'язуючи яке знаходимо значення модуля потокозчеплення ротора, незалежне від напруги і її частоти, при якому струм статора (цільова функція (18)) досягає мінімуму. При постійному екстремальному значенні потокозчеплення  $\Psi_r^*$  обчислюються фіксовані значення абсолютного ковзання  $\beta$  за формулою (12) і індуктивність контуру намагнічування  $L_m$  за формулою (14). Отримані в такий спосіб величини  $\beta$  і  $L_m$  підставляються в (19). У підсумку приходимо до закону частотного керування (19) з постійними коефіцієнтами (не залежать від потокозчеплення), який доставляє мінімальне значення повному струму статора при заданих значеннях кругової швидкості  $\omega_0$  напруги живлення і відповідного цій частоті через вираз (19) значення модуля напруги статора  $U_s$ . У такому випадку закон (19) задає практично лінійну залежність  $U_s(\omega_0)$ . З вищевикладеного випливає, що частотне керування за мінімумом струму статора при постійному моменті навантаження відбувається з незмінним потоком АМ.

Якщо вільними коефіцієнтами (без ω<sub>0</sub>) у виразі (19) зневажити через їхню малість, то одержуємо наближений закон частотного керування за мінімумом струму статора

$$U_{s1} = \sqrt{\frac{2R_r M_c}{3N\beta}} \cdot \sqrt{\left(\frac{L_s'}{L_m} + k_r\right)^2} + \left(\frac{L_s'\beta}{k_r R_r}\right)^2 \omega_0, \qquad (21)$$

який представляє лінійну залежність величини напруги U<sub>s</sub> від її частоти ω<sub>0</sub>.

Продемонструємо розроблену розрахункову методику для асинхронної машини з наступними паспортними даними:  $P_{\rm H} = 90 \text{ kBr}$ ,  $U_{s\varphi} = 220 \text{ B}$ ,  $n_c = 1500 \text{ obs}/\text{xB}$ ,  $\cos\varphi = 0.87$ . На рис.2 представлено графіки залежності модуля струму статора від модуля вектора напруги при різних частотах живильної напруги і постійному моменті статичного навантаження. Всі величини представлені у відносних одиницях:  $\gamma = U_s/U_{sH}$ ;  $\alpha = \omega_0/\omega_{0H}$ ;  $i_s = I_s/I_{sH}$ ;  $\mu = M_c/M_{cH}$ , де  $U_{sH} = \sqrt{2}U_{s\varphi} = 311B$  – амплітуда номінальної фазної напруги живлення;  $\omega_{0H} = 314 \text{ c}^{-1}$  – номінальна кругова частота напруги живлення;  $I_{sH} = \sqrt{2}I_{s\varphi} = 221,6A$  – амплітуда номінального фазного струму статора AM, для якої проводилися розрахунки;  $M_{cH} = 573$  HM – номінальний момент статичного навантаження AM.

Сімейства графіків на рис.2 будувалися в такий спосіб. Для фіксованих значень моменту навантаження  $M_c$  і кругової швидкості напруги живлення  $\omega_0$  розв'язувалося рівняння (15) відносно потокозчеплення ротора  $\Psi_r$  при різних рівнях напруги статора  $U_s$ , які задавалися з постійним кроком на деякому відрізку зміни напруги. Потім знай-



Рисунок 2 – Залежність модуля вектора струму статора від модуля вектора напруги статора при різних кругових швидкостях його обертання (частота мере-

дені з розв'язання рівняння (15) значення  $\Psi_r$  підставлялися у формулу (18) і визначалися значення модуля струму статора I<sub>s</sub>. Далі бралися відповідні пари значень U<sub>s</sub> і I<sub>s</sub>, за якими будувалися графіки на рис.2. З графіків випливає, що знаходячись у робочій точці механічної характеристики, яка відповідає синхронній швидкостію, варіюванням напруги можна досягти мінімуму струму статора. Причому мінімальне значення струму статора не залежить від напруги і швидкості при постійному навантаженні на валу АМ. З розгляду рис.2 також випливає, що для синхронних швидкостей у інтервалі  $\omega_0 = (0,8 \div 1)\omega_{0H}$  мінімальні значення струму статора досягаються при напругах статора, вищих від номінальної. У випадку номінальних величин моменту навантаження і синхронної швидкості буде найбільше екстремальне значення напруги  $U_s = 1,36U_{sH}$ , ( $\gamma = 1,36$ ). Мінімум струму досягається завдяки тому, що при збільшенні напруги статора зростає реактивна складова струму статора, а разом з нею і модуль вектора потокозчеплення ротора. При цьому зменшується активна складова струму статора з забезпеченням незмінного електромагнітного моменту, рівного моменту навантаження. Таким чином, при кожному значенні моменту навантаження знаходиться таке співвідношення між активною і реактивною складовими струму статора, при якому повний струм досягає мінімуму.

На рис.3 і 4 зображено графіки залежності екстремальних значень потокозчеплення ротора  $\Psi_r^*$  і мінімальних значень струму статора і<sub>s,min</sub> у функції моменту навантаження. Модуль вектора потокозчеплення ротора наведений у відносних одиницях  $\Psi_r = \Psi_r / \Psi_{rh}$ , де номінальна величина модуля вектора потокозчеплення ротора визначається за формулою

$$\Psi_{\rm rH} = \frac{U_{\rm sH}}{\omega_{0\rm H} \left( 1 + L_{\rm s\sigma} / L_{\rm mH} \right)} \,. \tag{22}$$

Для ряду фіксованих значень моменту навантаження  $M_c$  розв'язувалося рівняння (20) для знаходження  $\Psi_r^*$ . Отримані значення  $\Psi_r^*$  підставлялися в (18) і обчислювалися мінімальні струми статора. За результатами розрахованих пар значень  $(M_c, \Psi_r^*)$  і  $(M_c, I_{s, min})$  побудовано графіки на рис.3, 4. З розташування верхнього кінця графіка на рис.4 випливає, що оптимізація за струмом статора в номінальному режимі



Рисунок 3 – Залежність значень потокозчеплення ротора, при яких струм статора досягає мінімуму, від моменту навантаження



Рисунок 5 – Залежність різниці напруг, які визначаються законами частотного керування (19) і (21), від кругової швид-кості вектора напруги статора



Рисунок 4 – Залежність мінімальних значень струму статора від моменту навантаження

 $(\omega_0 = \omega_{0H}, M_c = M_{cH})$  дозволяє знизити значення струму на 22% у порівнянні з його номінальним значенням.

При постійному моменті навантаження  $M_c$  і екстремальному потокозчепленні  $\Psi_r^*$  абсолютне ковзання  $\beta$ , яке входить у закони частотного керування (19) і (21), залишається незмінним. Якщо розрахувати різницю виразів (19) і (21), тобто величину  $\Delta U_s = U_s - U_{s1}$ , на всьому інтервалі зміни синхронної швидкості  $\omega_0$  при різних моментах навантаження, то одержимо графіки на рис.5. Величина похибки  $\Delta U_s(\alpha)$  – спадна функція при будь-яких навантаженнях, зростає при збільшенні навантаження, але за-

лишається дуже незначною у всьому діапазоні зміни навантаження і частоти напруги живлення. Тому пропонується використовувати замість точного (19) більш простий наближений закон частотного керування (21), який дає на декілька вольт занижене значення екстремальної напруги. На рис.6 зображено графіки закону частотного керування (21) для різних моментів навантаження в розімкнутій системі електропривода.



Рисунок 6 – Графіки залежності модуля вектора напруги статора від кругової швидкості його обертання при реалізації закону частотного керування за мінімумом струму статора для різних моментів навантаження

Реактивна потужність у сталому режимі визначається за формулою

$$Q_{s} = \frac{3}{2} (U_{sv} I_{su} - U_{su} I_{sv}).$$
(23)

Якщо в (23) підставити вирази для проекцій напруги статора (4) і для проекцій струму статора (3), то після перетворень приходимо до наступної формули для визначен-

ня реактивної потужності АМ:

$$Q_{s} = \frac{3}{2}\omega_{0}\Psi_{r}^{2}\left(\frac{L_{s}^{'}}{L_{m}^{2}} + \frac{1}{L_{r}} + \frac{L_{s}^{'}}{k_{r}^{2}R_{r}^{2}}\beta^{2}\right).$$
(24)

Формула (24) відображає особливості реактивної потужності АМ, яка пропорційна частоті напруги живлення. Коефіцієнт  $\left(\frac{L_s'}{L_m^2} + \frac{1}{L_r}\right)$  у чотири-п'ять разів перевищує

коефіцієнт  $\frac{L_s}{k_r^2 R_r^2} \beta^2$ , що вказує на перевагу потужності ідеального холостого ходу

 $(\beta = 0)$  над тією частиною реактивної потужності, яка додається з появою навантаження AM. Позитивне збільшення реактивної потужності, викликане моментом навантаження, незначне в порівнянні з потужністю холостого ходу і пропорційне квадрату абсолютного ковзання.

3 урахуванням (5) активна потужність АМ дорівнює

$$P_{\rm s} = \frac{\omega_0}{N} M_{\rm c} = \frac{3}{2R_{\rm r}} \omega_0 \Psi_{\rm r}^2 \beta \,. \tag{25}$$

Тоді коефіцієнт потужності статора АМ

Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка

$$\cos\phi_{s} = \frac{P_{s}}{\sqrt{P_{s}^{2} + Q_{s}^{2}}} = \frac{1/R_{r}}{\sqrt{\left(1/R_{r}\right)^{2} + \left[\left(\frac{L_{s}}{L_{m}^{2}} + \frac{1}{L_{r}}\right)\frac{1}{\beta} + \frac{L_{s}^{'}}{k_{r}^{2}R_{r}^{2}}\beta\right]^{2}}}.$$
 (26)

З формули (26) випливає, що коефіцієнт потужності визначається моментом навантаження і модулем потокозчеплення ротора, оскільки від цих величин залежить абсолютне ковзання β за співвідношенням (12).

Жорсткість механічних характеристик при законах частотного керування  $U_s/\omega_0 = \text{const}$ , яким є і закон (21) при постійному моменті навантаження, досить висока

і змінюється незначно. Тому абсолютне ковзання  $\beta$  є невеликою величиною, яка змінюється в малому діапазоні. Якщо при заданому моменті навантаження розв'язати рівняння (20) відносно модуля потокозчеплення ротора, для знайденого значення потоку розрахувати абсолютне ковзання за формулою (12) і підставити його у вираз (26), то в такий спосіб визначаємо коефіцієнт потужності АМ у точці мінімуму струму статора. У зазначеній послідовності проведено розрахунки і отримано на рис.7 і 8 графіки залежності абсолютного ковзання і коефіцієнта потужності від моменту навантаження в режимі мінімізації струму статора.



Рисунок 7 – Графік залежності абсолютного ковзання від моменту навантаження в режимі мінімізації струму статора



Рисунок 8 – Графік залежності коефіцієнта потужності АМ від моменту навантаження в режимі мінімізації струму статора

Для дослідження динаміки частотно керованого асинхронного ЕП з наближеним законом керування (21) за мінімумом струму статора створена математична модель у середовищі Matlab Simulink, структурна схема якої представлена на рис.9. Структура моделі AM побудована згідно з рівняннями (1). Індуктивності розсіювання  $L_{s\sigma}$  і  $L_{r\sigma}$  не залежать від явища насичення магнітопроводу AM, а коефіцієнт  $k_r$  залишається практично постійним, оскільки індуктивність ротора  $L_r$  перевищує індуктивність контуру намагнічування  $L_m$  на малу величину індуктивності розсіювання  $L'_s$  і електромагнітна стала часу  $T'_l$  активної  $I_{sv}$  і реактивної  $I_{su}$  складових струму статора. Явище наси-



насичення магнітопроводу АМ

чення магнітопроводу враховується залежністю (14) індуктивності контуру намагнічування  $L_m$  від модуля вектора потокозчеплення ротора  $\Psi_r$ . Тоді в перехідних процесах зміни потокозчеплення ротора в рівняннях (1) крім індуктивності  $L_m$  буде змінюватися тільки стала часу  $T_r$ . Формування сигналу  $1/T_r$ , який входить як змінний параметр у модель AM, здійснюється ланкою  $L_m = f(\Psi_r)$ , яка обчислює індуктивність кола намагнічування за наступними виразами:

$$L_{m} = \begin{cases} 1,15 L_{mH}, & \text{якщо } \Psi_{r} \leq 0,6 \Psi_{rH}; \\ a \Psi_{r} \operatorname{ctg}(b \Psi_{r}), & \text{якщо } 0,6 \Psi_{rH} < \Psi_{r} < 1,5 \Psi_{rH}; \\ 0,085 L_{mH}, & \text{якщо } \Psi_{r} \geq 1,5 \Psi_{rH}. \end{cases}$$
(27)

Як видно зі структурної схеми на рис.9, формування напруги живлення перетворювача частоти здійснюється в осях  $\alpha,\beta$ . Інтегрування сигналу задатчика кругової швидкості  $\omega_0$  забезпечує розгорнення частоти в часі, а ланка  $F(\omega_0)$  обчислює модуль вектора напруги статора  $U_s$  як функцію кругової швидкості  $\omega_0$ , і, у загальному випадку, також моменту навантаження  $M_c$  і потокозчеплення  $\Psi_r$ , тобто ланка  $F(\omega_0)$  задає закон частотного керування. Функція  $F(\omega_0)$  приймає вигляд співвідношень (19) або (21). У математичній моделі структурно реалізоване переведення напруги живлення з осей  $\alpha,\beta$  в обертові ортогональні осі u,v, орієнтовані за вектором потокозчеплення ротора, за наступними формулами координатних перетворень:

$$U_{su} = U_{s\alpha} \cos \delta_k + U_{s\beta} \sin \delta_k; \quad U_{sv} = U_{s\beta} \cos \delta_k - U_{s\alpha} \sin \delta_k, \quad (28)$$

де  $\delta_k$  – кут повороту опорного вектора потокозчеплення ротора відносно магнітної осі обмотки фази A статора (вісь  $\alpha$ ).

На рис.10 зображено графіки перехідних процесів у розімкнутій системі частотного керування асинхронним ЕП. Порівнюється динаміка і енергетичні показники ЕП при реалізації двох видів законів частотного керування: стандартний  $\gamma = \alpha$  і оптимальний за мінімумом струму статора. Статична модель, заснована на виразах (9)-(26) і графіки (4)-(9), велика частина яких побудована за результатами розв'язання рівнянь статики, перевіряється і підтверджується перехідними процесами динамічної моделі. Оптимальний закон керування відповідає лінійній залежності  $\gamma(\alpha)$  при  $\mu = 1$  на рис.6. Видно, що закон частотного керування за мінімумом струму статора задає підвищену напругу статора в порівнянні зі стандартним законом  $\gamma = \alpha$ . Це призводить до збільшення жорсткості механічних характеристик і незначного підвищення швидкості, що відображається графіками  $\alpha(t)$  на рис.10. Збільшена напруга живлення створює магнітний потік, більший від номінального як у статиці, так і в динаміці (функції  $\psi_{i}(t)$  на рис.10). У результаті повний струм статора зменшується при пусках або прискореннях і в статичних режимах – графіки  $i_{a}(t)$  на рис.10. З графіків струмів  $i_{a}(t)$  випливає, що повний струм не залежить від швидкості обертання ротора при постійному моменті навантаження і законі частотного керування  $U_s/\omega_0 = \text{const.}$  Рівень графіка 2 на діаграмі струмів  $i_{a}(t)$  у сталих режимах дорівнює 0,78 і відповідає величині мінімуму кривих на рис.2, А) і правій верхній точці на рис.4. В моделі статики коефіцієнт потужності при керуванні за мінімумом струму статора при номінальному моменті навантаження дорівнює 0,837 (рис.8), а на графіку 2 діаграми созф, на рис.10 він несуттєво більший. Невелика розбіжність між статичною і динамічною моделями виникає через те, що в статичній моделі абсолютне ковзання при регулюванні частоти з переходом від однієї механічної характеристики до іншої приймалося постійним, а в дійсності воно незначно змінюється. Зменшення коефіцієнта потужності при керуванні за мінімумом струму статора порівняно зі стандартним законом  $\gamma = \alpha$  відбувається завдяки зростанню реактивної складової струму статора. Збільшення реактивного струму статора супроводжується значним зменшенням активної складової струму, і повний струм статора має мінімум, який забезпечується законом керування (21). На початковому етапі частотного пуску, коли відбувається збудження АМ, присутні кидки магнітного потоку, який короткочасно насичує магнітопровід і призводить до короткочасних спадів індуктивності контуру намагнічування (крива  $L_m/L_{mH}$ ). Індуктивність контуру намагнічування при керуванні за мінімумом струму статора менша від номінальної індуктивності внаслідок збільшення магнітного потоку і насичення магнітного кола АМ.



зміні стану при частотному керуванні за стандартним законом γ = α;
 - зміні стану при частотному керуванні за мінімумом струму статора у відповідності до співвідношення (21)



Висновки. У статті викладено оригінальну методику синтезу закону частотного керування за критерієм мінімуму струму статора на основі полеорієнтованої моделі АМ. У загальному випадку в законі керування модуль вектора напруги живлення залежить не тільки від частоти, але і від моменту навантаження і магнітного потоку, що відображено в статті законами частотного керування (19) і (21). Аналіз динамічної моделі підтвердив практичну сталість абсолютного ковзання і адекватність моделі статики. При незмінних моменті навантаження і абсолютному ковзанні закон частотного керування (21) стає лінійним і є якісною апроксимацією закону (19), близького до лінійного.

## ЛІТЕРАТУРА

- 1. Сандлер А.С., Сарбатов Р.С. Автоматическое частотное управление асинхронными двигателями. М.: Энергия, 1974. 328с.
- 2. Булгаков А.А. Частотное управление асинхронными двигателями. М.: Энергоиздат, 1982. 216с.
- 3. Васильев Д.А., Пантелеева Л.А. Энергоэффективное управление асинхронным электродвигателем. *Вестник НГИЭИ*, 2019. № 4 (95). С.100-115.
- 4. Островлянчик В.Ю., Поползин И.Ю. Исследование магнитной системы асинхронного двигателя при частотном управлении. Вестник Кузбасского государственного технического университета, 2016. №2. С.75-83.
- 5. Рудаков В.В., Столяров И.М., Дартау В.А. Асинхронные электроприводы с векторным управлением. Л.: Энергоатомиздат, 1987. 135с.
- Слежановский О.В., Дацковский Л.Х. и др. Системы подчинённого регулирования электроприводов переменного тока с вентильными преобразователями. М.: Энергоатомиздат, 1983. 255с.
- 7. Клюев О.В., Садовой А.В. Энергетические характеристики асинхронного электропривода с двухканальной системой управления. Збірник наукових праць Дніпродзержинського державного технічного університету. Дніпродзержинськ: ДДТУ, 2011. Вип. 2(17). С.174-181.
- 8. Клюєв О.В., Садовой О.В., Сохіна Ю.В. Системи керування асинхронними вентильними каскадами. Кам'янське: ДДТУ, 2018. 294с.

Надійшла до редколегії 03.02.2020.

УДК 62-83

DOI 10.31319/2519-2884.36.2020.11

ДЕРЕЦ А.Л., к.т.н., доцент САДОВОЙ А.В., д.т.н., профессор ДЕРЕЦ А.А., студентка

Днепровский государственный технический университет, г. Каменское

## ИССЛЕДОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ РЕЛЕЙНО-МОДАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА С ЦЕЛЬЮ ПОИСКА ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ НАСТРОЕК РЕГУЛЯТОРОВ

Введение. Ограничение промежуточных координат в переходных процессах является типовым требованием [1] при проектировании систем автоматического управления. Такой характер динамики наиболее эффективно реализуется релейной системой [2] подчинённого регулирования, синтезированной методом N-і переключений [3]. Распределение корней релейно-модальных систем [4] на основе данного метода обес-