

4. Садовой А.В., Дерез А.Л. Анализ устойчивости скользящего режима оптимальной по быстродействию системы четвертого порядка. *Вестник НТУ ХПИ. Серия «Электротехника, электроника и электропривод»*. Харьков, 2008. Вып. 30. С.91-93.
5. Садовой А.В., Дерез А.Л. Ограничение рывка в системе управляемый преобразователь-двигатель при оптимизации по быстродействию. *Электромашиностроение и электрооборудование: Проблемы автоматизированного электропривода. Теория и практика*. К.: Техника, 2006. С.64-65.

Поступила в редколлегию 21.03.2019.

УДК 62-83:681.513.5

DOI 10.31319/2519-2884.34.2019.14

КЛЮСВ О.В., к.т.н. доцент

САДОВОЙ О.В., д.т.н., профессор

Дніпровський державний технічний університет, м. Кам'янське

### АНАЛІЗ АВТОКОЛИВАНЬ У СИСТЕМІ З ЛІНІЙНИМ РЕГУЛЯТОРОМ ШВИДКОСТІ

**Вступ.** Класичні методи аналітичного конструювання регуляторів, які дозволяють визначити параметри системи керування через розв'язання рівнянь Ляпунова або Ріккати, виходять з того, що структура системи керування відома: пропорційний регулятор у прямому каналі керування з реалізацією паралельної корекції зворотними зв'язками за всіма змінними стану об'єкта керування або похідними від регульованої змінної до  $n-1$  порядку включно, де  $n$  – порядок об'єкта керування [1]. Якщо говорити про керування швидкістю обертання електропривода постійного струму за системою керований перетворювач – двигун (КП-Д), то на практиці помічено, що при стабілізації швидкості обертання лінійний регулятор з насиченням зі збільшенням коефіцієнта підсилення може заходити в режим високочастотних коливань, швидко переходячи з одного рівня насичення на інший і назад зі збереженням стійкості системи керування. З практичної точки зору такий режим роботи є майже ковзним або квазіковзним режимом. Однак при малих коефіцієнтах підсилення регулятора керування залишається лінійним.

**Постановка задачі.** Задачею статті є теоретичний аналіз даного явища, що спостерігається на практиці, з визначенням параметрів автоколивань і граничного значення коефіцієнта підсилення, вище якого лінійний регулятор швидкості переходить у квазіковзний режим роботи, тобто відбувається перехід від неперервного до кусково-неперервного сигналу керування на виході регулятора.

**Результати роботи.** Ковзний режим, яким би регулятором він не реалізовувався, являє собою режим високочастотних автоколивань. Тому здійснимо дослідження можливих автоколивань у системі зі структурною схемою, представленою на рис.1. У цій структурі лінійна частина системи третього порядку представлена загальною передатною функцією, на вхід якої надходить сигнал керування від регулятора швидкості, що складається з підсилювача з насиченням у прямому каналі і зворотних зв'язків за швидкістю обертання  $\omega$ . При цьому ідеальне диференціювання замінено реальною диференціувальною ланкою з малою сталою часу. Відомо, що при досить глибокому зворотному зв'язку за першою похідною система керування забезпечує якісний перехідний процес регульованої змінної без зворотного зв'язку за другою похідною. Тому

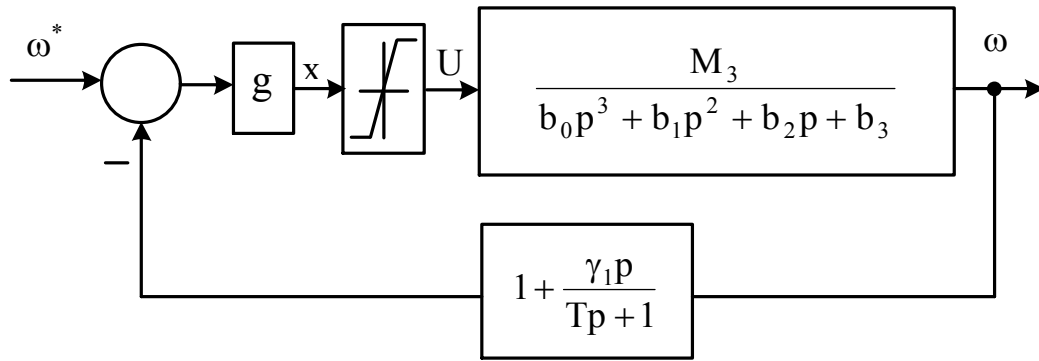


Рисунок 1 - Система керування швидкістю з жорстким та гнучким зворотними зв'язками

зворотний зв'язок за другою похідною швидкості не враховується на даному етапі дослідження.

Далі всі розрахунки проведено для електропривода з наступними технічними даними: тип двигуна СЛ-521, номінальна напруга живлення  $U_H = 110\text{ В}$ ; номінальна потужність  $P_H = 77\text{ Вт}$ ; номінальна частота обертання  $n = 3200\text{ об/хв.}$ ; номінальний струм якоря  $I_{ян} = 1,2\text{ А}$ ; сумарний опір якірного кола  $R_я = 9,1\text{ Ом}$ ; індуктивність якірного кола  $L_я = 55\text{ мГн}$ , момент інерції електропривода  $J = 0,00016\text{ кг} \cdot \text{м}^2$ ; коефіцієнт підсилення керованого перетворювача  $k_{п} = 11$ ; стала часу КП-Д  $T_{п} = 0,004\text{ с}$ .

Метод гармонійної лінеаризації є ефективним засобом дослідження стійкості нелінійних систем і визначення періодичних розв'язань (автоколиваний). Однак він вирішує задачу приблизно. Основне допущення методу гармонійної лінеаризації полягає в тому, що передбачається синусоїдальність змінної ( $x = a \sin \Omega t$ ), що стоїть під знаком нелінійної функції. При наявності сильної нелінійності зазначене допущення справедливе, якщо лінійна частина системи виконує функції фільтра нижніх частот [2]. Тоді при як завгодно складній періодичній кривій  $U(t)$  на виході нелінійної ланки, що містить деяку основну частоту  $\Omega$  і вищі гармоніки  $2\Omega, 3\Omega, \dots$ , останні проходять через лінійну частину системи зі значно меншими посиленнями амплітуди, ніж основна частота  $\Omega$ . Тому, незважаючи на значну частку вищих гармонік у змінній  $U(t)$ , вони будуть незначні для змінної  $x(t)$ . На рис.2 наведено амплітудно-частотну характеристику (АЧХ) лінійної частини системи  $|W_{OK}(j\Omega)|$ , з виду якої випливає, що гіпотеза фільтра

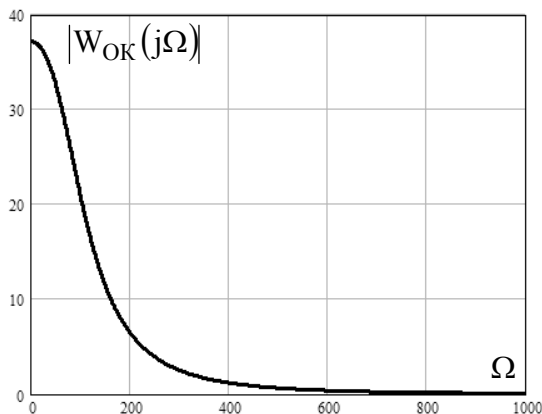


Рисунок 2 – АЧХ силової частини електропривода (лінійна частина системи)

виконується і метод гармонійної лінеаризації при пошуку параметрів автоколиваний буде мати достатню точність.

Якщо в колі зворотного зв'язку на рис.1 використовувати оператор ідеального диференціювання, то приходимо до алгебраїчного рівняння відносно частоти автоколиваний, що не має дійсних коренів – усі корені такого рівняння виходять уявними. При цьому безпосередній розрахунок перехідних процесів показує, що лінійний регулятор може входити в квазіковзний режим. Тому математична модель дослідження автоколиваний, побудована на використанні методу

гармонійної лінеаризації, без урахування сталої часу диференціовальної ланки, тобто при  $T = 0$ , є неадекватною. Надалі при виведенні передатних функцій будемо використовувати реальні диференціовальні ланки, при яких моделі розрахунку параметрів автоколивача стають адекватними.

Передатна функція гармонійно лінеаризованої структурної схеми, зображеної на рис.1, має вигляд

$$\frac{\omega(p)}{\omega^*(p)} = W_1(p) = \frac{gM_3q(a)(Tp+1)}{(Tp+1)(b_0p^3 + b_1p^2 + b_2p + b_3) + gM_3q(a)((T + \gamma_1)p + 1)}, \quad (1)$$

де  $q(a)$  – коефіцієнт гармонійної лінеаризації нелінійної ланки, а саме підсилювача з насиченням.

Характеристичне рівняння лінеаризованої системи має вигляд

$$Tb_0p^4 + (Tb_1 + b_0)p^3 + (Tb_2 + b_1)p^2 + (Tb_3 + b_2 + gM_3q(a)(T + \gamma_1))p + b_3 + gM_3q(a) = 0. \quad (2)$$

Далі значна частина обчислень робиться у відповідності до стандартної методики дослідження автоколивача [2]. У виразі (2) оператор диференціювання заміняємо на оператор обертання  $p = j\Omega$ :

$$Tb_0\Omega^4 - j(Tb_1 + b_0)\Omega^3 - (Tb_2 + b_1)\Omega^2 + j(Tb_3 + b_2 + gM_3q(a)(T + \gamma_1))\Omega + b_3 + gM_3q(a) = 0 \quad (3)$$

У виразі (3) виділяємо дійсну та уявну частини, у результаті чого приходимо до системи двох рівнянь відносно двох змінних:  $\Omega$  – кругова частота шуканих автоколивача,  $q(a)$  – коефіцієнт гармонійної лінеаризації нелінійної ланки (підсилювача з насиченням):

$$\begin{aligned} Tb_0\Omega^4 - (Tb_2 + b_1)\Omega^2 + b_3 + gM_3q(a) &= 0; \\ -(Tb_1 + b_0)\Omega^3 + (Tb_3 + b_2 + gM_3q(a)(T + \gamma_1))\Omega &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

З другого рівняння виразимо коефіцієнт  $q(a)$ :

$$q(a) = \frac{(Tb_1 + b_0)\Omega^2 - Tb_3 - b_2}{gM_3(T + \gamma_1)}. \quad (5)$$

Підставимо вираз (5) у перше рівняння системи (4) і після перетворень одержимо біквдратне рівняння відносно частоти:

$$Tb_0\Omega^4 + \left[ \frac{Tb_1 + b_0}{T + \gamma_1} - (Tb_2 + b_1) \right] \Omega^2 + \frac{\gamma_1 b_3 - b_2}{T + \gamma_1} = 0. \quad (6)$$

Розв'язанням цього рівняння буде дійсний позитивний корінь, що має фізичний сенс

$$\Omega_{\Pi} = \sqrt{\frac{-\beta_2 + \sqrt{\beta_2^2 - 4\beta_0\beta_4}}{2\beta_0}}, \quad (7)$$

де  $\beta_0 = Tb_0$ ;  $\beta_2 = \frac{Tb_1 + b_0}{T + \gamma_1} - Tb_2 - b_1$ ;  $\beta_4 = \frac{\gamma_1 b_3 - b_2}{T + \gamma_1}$ .

Граничне значення коефіцієнта підсилення  $g$ , вище якого лінійний регулятор переходить у ковзний режим, знаходиться з умови того, що при автоколивачах коефіцієнт гармонійної лінеаризації не перевищує одиниці [2]:

$$q(a) \leq 1. \quad (8)$$

Тоді з використанням формули (5) умова (8) приймає вигляд

$$\frac{(Tb_1 + b_0)\Omega_{\Pi}^2 - Tb_3 - b_2}{gM_3(T + \gamma_1)} \leq 1, \quad (9)$$

з якої випливає умова для розрахунку граничного коефіцієнта підсилення лінійного регулятора з насиченням

$$g \geq \frac{(Tb_1 + b_0)\Omega_{\Pi}^2 - Tb_3 - b_2}{M_3(T + \gamma_1)}. \quad (10)$$

Граничний коефіцієнт підсилення  $g_{\text{Гр}}$  розраховується за формулою, що виходить з нестрокої нерівності (10), коли з неї записати тільки умову рівності. З формули (7) випливає, що частота квазіковзного режиму не залежить від коефіцієнта підсилення регулятора  $g$ , а визначається параметрами об'єкта керування  $b_i$ , сталою часу диференціювання  $T$  і значенням коефіцієнта  $\gamma_1$  гнучкого зворотного зв'язку за першою похідною швидкості обертання. Таким чином, частоту ковзання можна регулювати зміною глибини зворотного зв'язку за похідною керованої змінної.

На рис.3 за формулою (7) побудовано залежності частоти квазіковзного режиму від коефіцієнта зворотного зв'язку за першою похідною швидкості при різних сталих часу диференціувальної ланки.

З виразу (10) випливає формула

$$g_{\text{Гр}} = \frac{(Tb_1 + b_0)\Omega_{\Pi}^2 - Tb_3 - b_2}{M_3(T + \gamma_1)}, \quad (11)$$

за якою побудовано залежності граничного коефіцієнта підсилення лінійного регулятора швидкості від коефіцієнта  $\gamma_1$  при різних сталих часу  $T$ . При побудові залежностей  $g_{\text{Гр}}(\gamma_1)$  частота  $\Omega_{\Pi}$  розраховувалася за (7) для тих же значень  $\gamma_1$  і підставлялася в (11). Знайдені залежності  $g_{\text{Гр}}(\gamma_1)$  зображено на рис.4.

За формулою

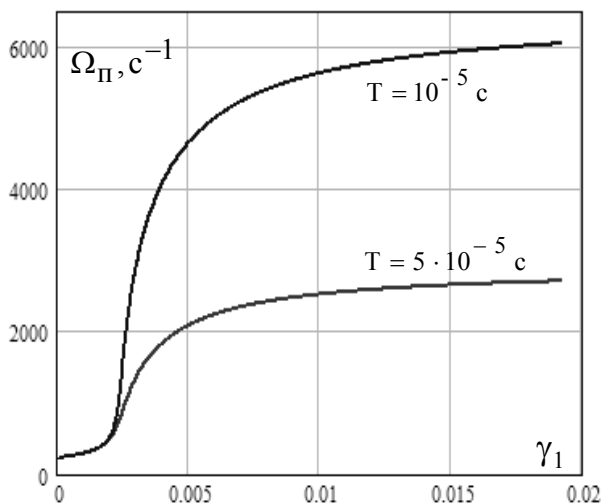


Рисунок 3 – Залежності частоти квазіковзного режиму від коефіцієнта гнучкого зворотного зв'язку за швидкістю при різних сталих часу диференціатора

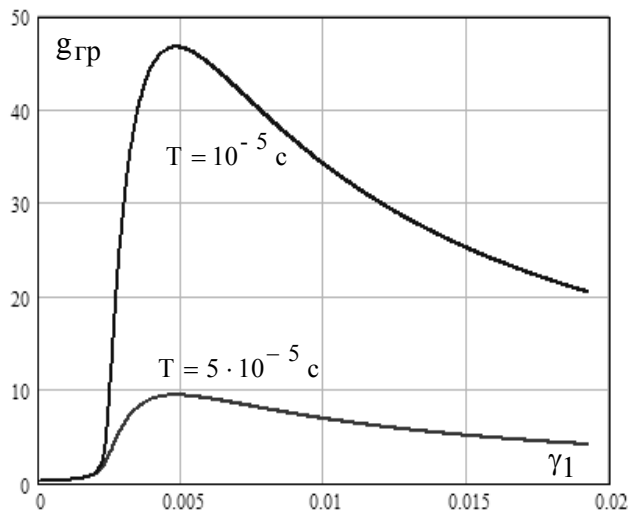


Рисунок 4 – Залежності граничного коефіцієнта підсилення лінійного регулятора швидкості від коефіцієнта гнучкого зворотного зв'язку за швидкістю при різних сталих часу диференціатора

$$\Delta\omega\% = \frac{g_{\Gamma p} |W_{Oy}(j\Omega_{\Pi})|}{\omega^*} \cdot 100\% \quad (12)$$

визначено амплітуду коливань швидкості відносно її значення в сталому режимі роботи та побудовано залежності  $\Delta\omega\%(\gamma_1)$ , зображені на рис.5. З отриманих графіків впливають деякі результати, що представляють інтерес.

Залежності на рис.3 показують, що існують два режими автоколивань: низькочастотні автоколивання, де криві майже зливаються, і область високочастотних автоколивань. В обох областях частота автоколивань повільно зростає зі збільшенням коефіцієнта зворотного зв'язку  $\gamma_1$ . Перехід від області низькочастотних автоколивань до високочастотної супроводжується різким зростанням частоти  $\Omega_{\Pi}$ . Графіки граничного коефіцієнта підсилення  $g_{\Gamma p}$  також практично зливаються в області низькочастотних автоколивань. При переході в область високочастотних автоколивань коефіцієнт  $g_{\Gamma p}$  швидко збільшується у функції коефіцієнта  $\gamma_1$ . Після досягнення максимального значення коефіцієнт  $g_{\Gamma p}$  плавно убуває в зоні квазіковзного режиму. В області низькочастотних автоколивань система керування непрацездатна і влучення системи в цю зону неприпустимо. Зі злиття графіків на рис.3, 4 випливає, що в області низьких частот стала часу диференціювання  $T$  не впливає на параметри автоколивань. Тому визначити граничне значення коефіцієнта зворотного зв'язку  $\gamma_{1\Gamma p}$ , вище якого система починає різко переходити в робочу зону високих частот, можливо, якщо покласти  $T = 0$  в рівнянні (6).

Тоді отримаємо:

$$\left(\frac{b_0}{\gamma_1} - b_1\right)\Omega^2 + \frac{\gamma_1 b_3 - b_2}{\gamma_1} = 0. \quad (13)$$

Квадрат частоти повинний бути більшим нуля. Тому з виразу (13) впливає умова

$$\Omega^2 = \frac{b_2 - \gamma_1 b_3}{b_0 - \gamma_1 b_1} > 0. \quad (14)$$

Умова (14) буде виконуватися при одночасному дотриманні двох умов:

$$\begin{aligned} b_2 - \gamma_1 b_3 > 0 &\Rightarrow \gamma_1 < b_2/b_3; \\ b_0 - \gamma_1 b_1 > 0 &\Rightarrow \gamma_1 < b_0/b_1. \end{aligned} \quad (15)$$

Потрібно врахувати умову

$$b_2/b_3 > b_0/b_1, \quad (16)$$

яка впливає з позитивності визначника Гурвіца для стійкого об'єкта керування

$$\begin{vmatrix} b_1 & b_3 \\ b_0 & b_2 \end{vmatrix} > 0. \quad (17)$$

Тоді з урахуванням (15) і (16) нерівність (14) виконується при  $\gamma_1 < b_0/b_1$ , з чого випливає формула для визначення граничного значення коефіцієнта зворотного зв'язку

$$\gamma_{1\Gamma p} = b_0/b_1. \quad (18)$$

При значеннях  $\gamma_1 < \gamma_{1гр}$  відбуваються стійкі низькочастотні автоколивання, а при значеннях  $\gamma_1 > \gamma_{1гр}$  – швидкий перехід у робочу область високочастотних автоколивань, що впливає з графіків на рис.3, побудованих за формулою (7). Праворуч максимуму функції  $g_{гр}(\gamma_1)$  (рис.4) вище графіка знаходиться зона стійкого квазіковзного режиму, коли лінійний регулятор швидкості починає працювати як релейний регулятор. Нижче графіка знаходяться значення  $g$ , при яких регулятор швидкості залишається лінійним – вихідний сигнал керування не розривний, а плавний безперервний. З графіків на рис.4 також впливає, що в міру зменшення сталої часу  $T$  зворотного зв'язку за першою похідною швидкості область роботи регулятора в лінійному режимі збільшується за рахунок підняття графіка  $g_{гр}(\gamma_1)$ . Амплітуда коливань швидкості на рис.5 різко зменшується при переході в область квазіковзного режиму через високу частоту коливань керуючого впливу  $U$ . При значеннях коефіцієнта зворотного зв'язку  $\gamma_1$ , які визначаються через розв'язання рівнянь Ляпунова або Ріккати, амплітуда коливань швидкості стає настільки малою, що на практиці не відчувається. В області низьких частот амплітуда коливань швидкості досить велика, що і дозволяє зробити висновок про непридатність цієї зони на практиці, тобто не можна використовувати систему керування з коефіцієнтом зворотного зв'язку  $\gamma_1 < \gamma_{1гр}$ .

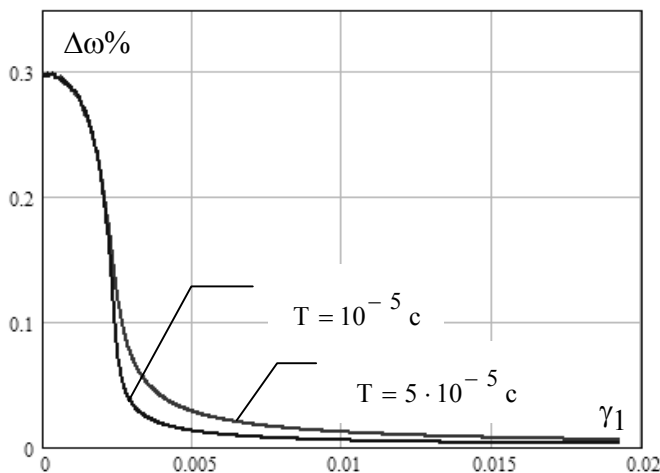


Рисунок 5 – Залежності відносної в процентах амплітуди коливань швидкості якоря від коефіцієнта гнучкого зворотного зв'язку за швидкістю при різних сталих часу диференціатора

Розв'язання Ляпунова отримано значення параметрів  $g = 18,602$ ,  $\gamma_1 = 0,00913$ . Стала часу диференціатора приймалася  $T = 10^{-5}$  с. Для коефіцієнта зворотного зв'язку  $\gamma_1 = 0,00913$  частота квазіковзного режиму за формулою (7)  $\Omega_{п} = 5542 \text{ с}^{-1}$ . Граничний коефіцієнт підсилення за формулою (11)  $g_{гр} = 36,25$ . Амплітуда коливань швидкості у відсотках  $\Delta\omega\% = 0,011\%$ . Обчислений за формулою (18) граничний коефіцієнт зворотного зв'язку  $\gamma_{1гр} = 0,0024$ . Дані результати, отримані з описаної вище моделі автоколивань, перевірялися безпосереднім розрахунком перехідних процесів.

Залишилося визначити другу характерну точку, а саме координату максимуму функції  $g_{гр}(\gamma_1)$  при різних сталих часу гнучкого зворотного зв'язку. Для цього підста-

Таким чином, як видно на рис.4, існують дві області автоколивань: низькочастотна і високочастотна. Ці області можна умовно розділити двома точками. Перша характерна точка обчислюється за формулою (18), а другою характерною точкою можна вважати точку максимуму кривої  $g_{гр}(\gamma_1)$ . Між зазначеними точками існує вузька область швидкого переходу від низької частоти автоколивань (система непрацездатна) до високої (робочий режим).

Наприклад, при синтезі регулятора через розв'язання рівняння Ляпунова отримано значення параметрів  $g = 18,602$ ,  $\gamma_1 = 0,00913$ . Стала часу диференціатора приймалася  $T = 10^{-5}$  с. Для коефіцієнта зворотного зв'язку  $\gamma_1 = 0,00913$  частота квазіковзного режиму за формулою (7)  $\Omega_{п} = 5542 \text{ с}^{-1}$ . Граничний коефіцієнт підсилення за формулою (11)  $g_{гр} = 36,25$ . Амплітуда коливань швидкості у відсотках  $\Delta\omega\% = 0,011\%$ . Обчислений за формулою (18) граничний коефіцієнт зворотного зв'язку  $\gamma_{1гр} = 0,0024$ . Дані результати, отримані з описаної вище моделі автоколивань, перевірялися безпосереднім розрахунком перехідних процесів.

Залишилося визначити другу характерну точку, а саме координату максимуму функції  $g_{гр}(\gamma_1)$  при різних сталих часу гнучкого зворотного зв'язку. Для цього підста-

вимо (7) у (11) з вихідними параметрами  $b_i$ . Тоді приходимо до наступного виразу для граничного коефіцієнта підсилення:

$$g_{гр} = \frac{(Tb_1 + b_0)(Tb_2 + b_1)}{2Tb_0M_3(T + \gamma_1)} - \frac{(Tb_1 + b_0)^2}{2Tb_0M_3(T + \gamma_1)^2} - \frac{Tb_3 + b_2}{M_3(T + \gamma_1)} + \frac{(Tb_1 + b_0)}{2Tb_0M_3(T + \gamma_1)^2} \sqrt{[(Tb_1 + b_0) - (Tb_2 + b_1)(T + \gamma_1)]^2 - 4Tb_0(T + \gamma_1)(b_3\gamma_1 - b_2)} \quad (19)$$

Вираз (19) є функцією однієї змінної  $\gamma_1$ , що має максимум, як це видно з графіків на рис.4. Формула (19) є записом формули (11) через вихідні параметри замкненої системи керування, зображеної на рис.1. Здійснили пошук координати максимуму  $\gamma_{1max}$  функції (19) для різних постійних часу диференціювання  $T$  і за результатами пошуку побудували графік залежності  $\gamma_{1max}(T)$  на рис.6. По осі абсцис логарифмічна шкала – береться десятковий логарифм від сталої часу  $T$ , що дозволяє рівномірно розглянути діапазон зміни сталої часу в межах  $T = 10^{-5} \div 10^{-3}$ . З графіка на рис.6 випливає, що координата екстремуму зменшується дуже незначно при збільшенні сталої часу в сто разів. З графіків на рис.4, 6

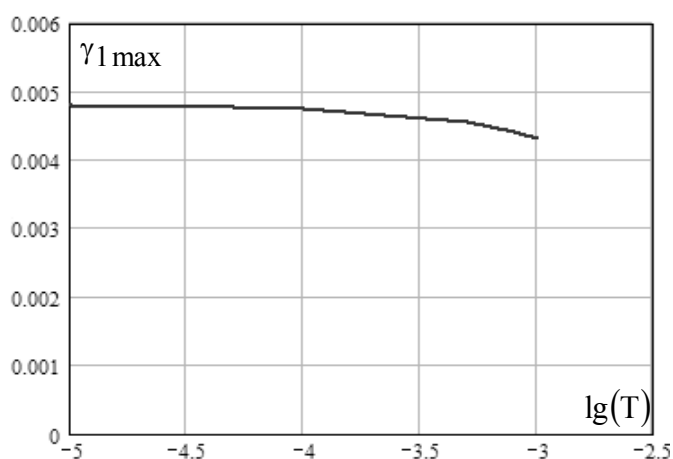


Рисунок 6 – Залежність значення коефіцієнта гнучкого зворотного зв'язку, при якому граничний коефіцієнт підсилення сягає максимуму, від сталої часу гнучкого зворотного зв'язку

зворотного зв'язку  $\gamma_1 = 0,00913$  визначений за результатами синтезу системи керування через розв'язання рівняння Ляпунова. Стала часу гнучкого зворотного зв'язку прийнята  $T = 10^{-5}$  с, а коефіцієнт підсилення регулятора встановлено завідомо більшим граничного і дорівнює  $g = 50 > g_{гр}$ . За формулою (5) знаходимо коефіцієнт гармонійної лінеаризації при частоті автоколивань, що відповідає обраному  $\gamma_1$ . Коефіцієнт гармонійної лінеаризації в цьому випадку  $q(a) = 0,725$ . При відомому коефіцієнті  $q(a)$  знаходимо амплітуду автоколивань на вході регулятора. Для цього використовується аналітичний вираз коефіцієнта гармонійної лінеаризації підсилювача з насиченням [2], який прирівнюється до знайденого значення  $q(a) = 0,725$ . У підсумку одержуємо наступне нелінійне рівняння відносно шуканої амплітуди автоколивань  $a_{II}$ :

в сто разів. З графіків на рис.4, 6 випливає, що, якщо коефіцієнт зворотного зв'язку за першою похідною швидкості більший 0,005 ( $\gamma_1 > 0,005$ ), то збільшенням коефіцієнта підсилення лінійного регулятора швидкості система керування заводиться в область квазіковзного режиму, що є робочим режимом замкненої системи стабілізації швидкості. Причому коефіцієнти підсилення, при яких лінійний регулятор входить у квазіковзний режим, невеликі – порядку декількох десятків.

Зробимо дослідження стійкості автоколивань для робочої точки, у якій коефіцієнт гнучкого

$$q(a) = \frac{2}{\pi} \left[ \arcsin\left(\frac{c}{a_{\Pi}}\right) + \frac{c}{a_{\Pi}} \sqrt{1 - \frac{c^2}{a_{\Pi}^2}} \right], \quad (20)$$

де рівень обмеження вихідної напруги підсилювача  $c = 14\text{В}$ . В результаті розв’язання рівняння (20) визначено амплітуду автоколивань  $a_{\Pi} = 22,9\text{В}$ . Якщо для знайдених значень

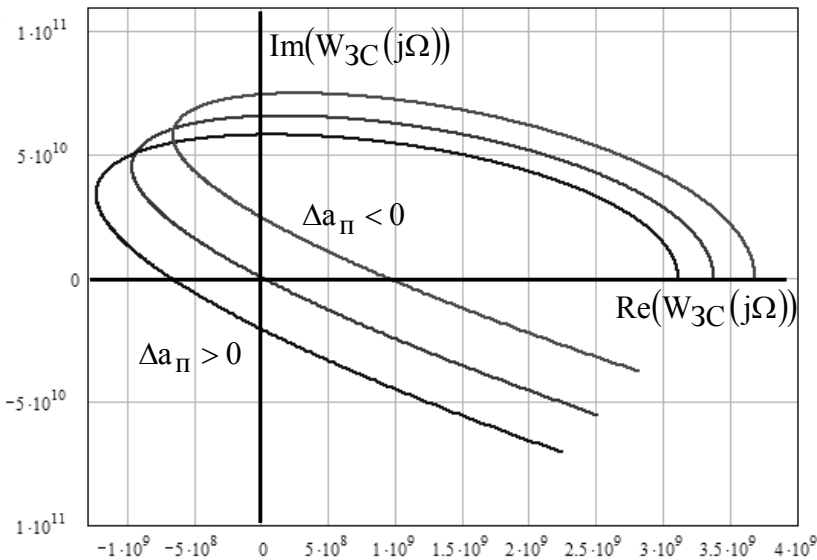


Рисунок 7 – Аналіз стійкості автоколивань за критерієм Михайлова

відповідних їм значеннях коефіцієнтів гармонійної лінеаризації  $q(a_{\Pi} + \Delta a_{\Pi})$ ,  $q(a_{\Pi} - \Delta a_{\Pi})$ . У підсумку розрахунків одержано годографи, представлені на рис.7. Система буде повертатися до періодичного розв’язання, якщо при  $\Delta a_{\Pi} > 0$  коливання загасають, а при  $\Delta a_{\Pi} < 0$  – розходяться [2]. Це підтверджується годографами на рис.7: при  $\Delta a_{\Pi} > 0$  годограф зміщується вліво таким чином, що він огинає точку початку координат і для системи четвертого порядку розташований у чотирьох квадрантах системи

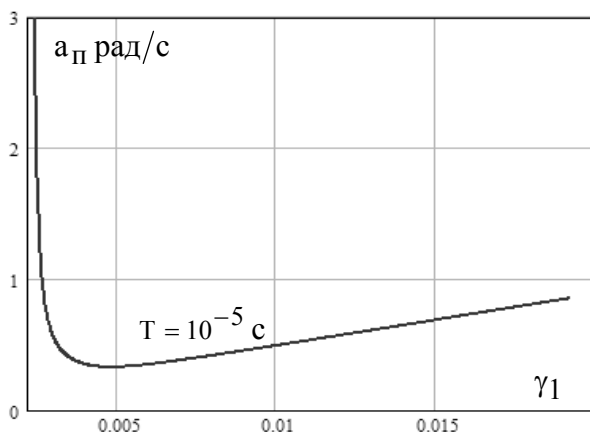


Рисунок 8 – Залежність амплітуди автоколивань швидкості на вході регулятора з насиченням від коефіцієнта гнучкого зворотного зв’язку за швидкістю

координат, що відповідає стійкій системі; при  $\Delta a_{\Pi} < 0$  годограф зміщується вправо і не огинає початок координат, що відповідає коливальній системі. Одночасне виконання цих умов указує на те, що автоколивання, яким відповідає годограф, що проходить через початок координат, є стійкими.

На рис.8 показана залежність амплітуди автоколивань швидкості на вході регулятора від значення коефіцієнта зворотного зв’язку за першою похідною швидкості при постійному коефіцієнті підсилення регулятора. З графіка випливає, що при слабкому



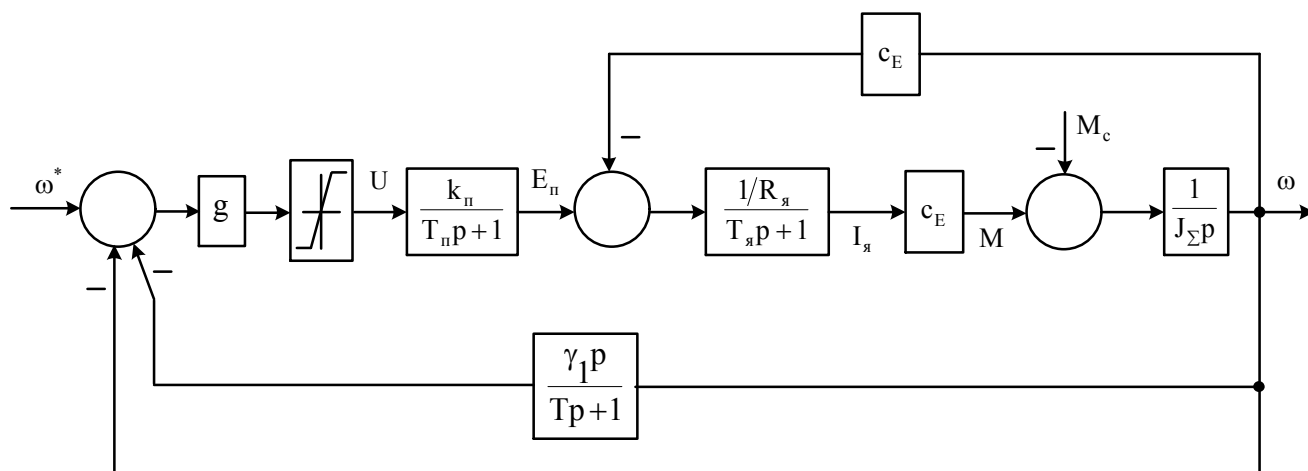


Рисунок 9 – Структурна схема системи керування швидкістю обертання електропривода постійного струму

гнучкому зворотному зв'язку амплітуда автоколивань швидко зростає через низьку частоту коливань (рис.3), що приводить систему в непрацездатний стан. У робочій області амплітуда автоколивань не перевищує 1 рад/с і, проходячи через силову частину електропривода, коливання істотно придушуються, практично стають непомітними, не позначаючись на якості стабілізації швидкості обертання вала електричної машини.

На рис.9 зображено структурну схему моделі системи керування швидкістю обертання електропривода, по якій складено структурну схему моделі аналізу автоколивань, представлена на рис.1. У програмі Matlab проведено моделювання цієї системи, отримані перехідні процеси показано на рис.10, 11. На рис.10 представлено динаміку електропривода з параметрами системи керування, отриманими шляхом розв'язання рівняння Ляпунова:  $\gamma_1 = 0,00913$ ,  $g = 18,602$ . На рис.11 показано динаміку електропривода, у якого коефіцієнт гнучкого зворотного зв'язку той же самий  $\gamma_1 = 0,00913$ , а коефіцієнт підсилення більший, але вищий граничного  $g = 50 > g_{гр}$ . Стала часу диференціатора  $T = 10^{-5}$  с однакова в обох випадках. Порівняння графіків на рис.10, 11 свідчить, що перехідні процеси за швидкістю обертання та струму практично однакові. Основна відмінність полягає в тому, що регулятор швидкості на рис.10 при  $g = 18,602$  працює ще в лінійному режимі, а на рис.11, коли коефіцієнт підсилення більший граничного  $g = 50 > g_{гр}$ , регулятор швидкості працює вже в режимі високочастотних автоколивань, тобто в квазіковзному режимі. Граничний коефіцієнт підсилення для обраного коефіцієнта  $\gamma_1 = 0,00913$ , як видно з рис.4, дорівнює  $g_{гр} = 36,25$ . Таким чином, на форму перехідних траєкторій швидкості і струму визначальний вплив мають параметри гнучкого зворотного зв'язку за швидкістю: коефіцієнт підсилення зворотного зв'язку  $\gamma_1$  і стала часу  $T$ . Від коефіцієнта підсилення регулятора швидкості  $g$  залежить тільки статична помилка керування швидкістю обертання, а на форму перехідних процесів швидкості і струму цей коефіцієнт не впливає. Однак значення коефіцієнта  $g$  визначає режим роботи регулятора швидкості: якщо  $g$  менше граничного значення, то регулятор швидкості знаходиться в лінійному режимі роботи, а якщо  $g$  більше граничного значення, то регулятор швидкості знаходиться в квазіковзному режимі.

**Висновки.** У статті здійснено теоретичний аналіз автоколивань в електроприводі постійного струму, що містить у своєму складі лінійний регулятор швидкості з жорстким і гнучким зворотними зв'язками за швидкістю. З'ясовано, що лінійний пропор-

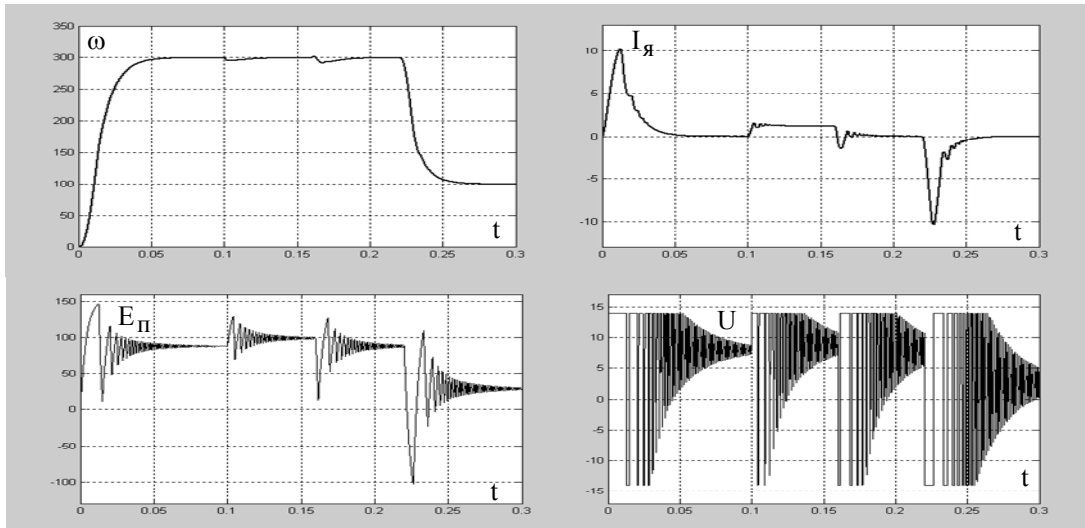


Рисунок 10 – Перехідні процеси в електроприводі з регулятором швидкості, який працює в лінійному режимі

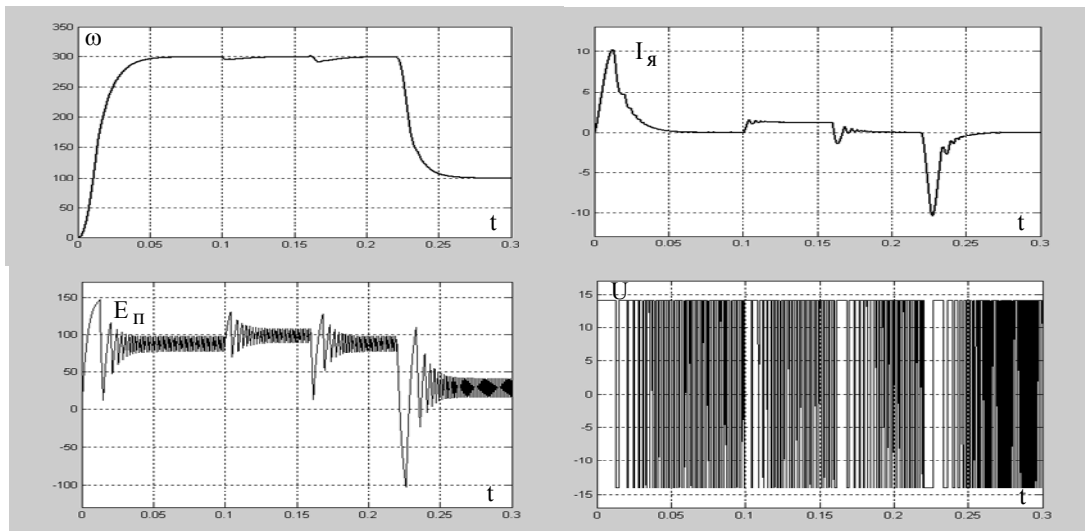


Рисунок 11 – Перехідні процеси в електроприводі з регулятором швидкості, який працює в квазіковзному режимі

ційний регулятор швидкості із зазначеним набором зворотних зв'язків при досить невеликих коефіцієнтах підсилення (біля декількох десятків) переходить у режим високо-частотних стійких автоколивань, який можна назвати квазіковзним режимом. Визначено залежності параметрів автоколивань від параметрів системи керування, виведено формули для знаходження частоти автоколивань і граничного коефіцієнта підсилення регулятора, вище якого регулятор з лінійного переходить у квазіковзний режим. Методами теорії автоматичного керування і безпосереднім розрахунком перехідних процесів підтверджено стійкість електропривода в квазіковзному режимі.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Александров А.Г. Оптимальные и адаптивные системы. М.: Высшая школа, 1989. 264с.
2. Попов Е.П. Теория нелинейных систем автоматического регулирования и управления. М.: Наука, 1988. 255с.

Надійшла до редколегії 24.04.2019.