

КОМП'ЮТЕРНІ НАУКИ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ

УДК 004.021:330.43

DOI 10.31319/2519-2884.33.2018.201

КАРІМОВ І.К., к.ф.-м.н., доцент

КАРІМОВ Г.І., к.екоп.н., доцент

ЗАДОЯ С.Б., магістр

Дніпровський державний технічний університет, м. Кам'янське

ПРО ОДИН ПІДХІД ДО ПОБУДОВИ ВИРОБНИЧОЇ ФУНКЦІЇ КОББА–ДУГЛАСА

Вступ. Емпіричні дослідження економічного зростання часто базуються на виробничих функціях (ВФ), які кількісно описують зв'язок показників виробничо-господарської діяльності з факторами, що на них впливають. В конкретних випадках такими показниками можуть бути обсяг випущеної продукції, прибуток, фондоотдача, рентабельність, собівартість продукції. Як впливаючі фактори можуть виступати основні засоби і капітал, робоча сила, продуктивність праці, рівень розвитку науки тощо [1-3].

Питання побудови виробничих функцій на основі статистичних даних досліджувалися в працях багатьох вітчизняних та зарубіжних науковців, які розглядали загальні теоретичні положення і підходи [1-3], описували процедуру побудови ВФ на основі сучасних інформаційних технологій [4-5], застосовували апарат ВФ до аналізу конкретних економічних ситуацій (наприклад, [6-8]), вивчали інші питання. В той же час активне використання виробничих функцій, постійний розвиток інформаційних технологій спонукає до пошуку нових підходів до вирішення задачі побудови ВФ, зокрема, з орієнтацією на спрощення процедури.

Постановка задачі. Однією з найбільш використовуваних виробничих функцій є функція Кобба–Дугласа, яка в загальному випадку має вигляд:

$$\tilde{y} = a_0 \cdot X_1^{a_1} \cdot X_2^{a_2} \cdot \dots \cdot X_n^{a_n} . \quad (1)$$

Побудова функції Кобба–Дугласа зводиться до визначення значень параметрів a_i на основі відомих статистичних даних щодо залежної змінної y і факторів X_i , які впливають на неї. Традиційно при вирішенні цієї задачі проводиться лінеаризація функції шляхом логарифмування вихідного співвідношення (1), далі будується лінійне рівняння регресії з оцінкою статистичної значимості його коефіцієнтів і виконується зворотний перехід до нелінійної моделі [4, 5]. Останнім часом при цьому активно використовуються можливості сучасних інформаційних технологій, перш за все, статистичні функції та інструменти табличного процесора MS Excel. В даній роботі пропонується виключити етап лінеаризації, відразу знаходити параметри нелінійної моделі і оцінювати їх значимість, використовуючи інші можливості сучасних інформаційних технологій.

Результати роботи. В основі пропонованого підходу лежить використання ідеї методу найменших квадратів разом зі стандартним засобом *Поиск решения* табличного процесора MS Excel.

Алгоритм вирішення задачі полягає в наступному.

1. Задаємо початкові значення параметрів a_i , використовуючи загальновідому інформацію про характер впливу факторів X_i (при її наявності).

2. Для послідовності m комбінацій відомих значень факторів X_i обчислюємо розрахункові значення

$$\tilde{y}_k = a_0 \cdot X_{1k}^{a_1} \cdot X_{2k}^{a_2} \cdot \dots \cdot X_{nk}^{a_n}, \quad k=1,2,\dots,m. \quad (2)$$

3. Обчислюємо суму квадратів відхилень розрахункових значень \tilde{y}_k від відомих значень y_k

$$S(a_0, a_1, \dots, a_n) = \sum_{k=1}^m (\tilde{y}_k - y_k)^2. \quad (3)$$

4. За допомогою стандартного засобу *Поиск решения* табличного процесора MS Excel знаходимо значення a_0, a_1, \dots, a_n , які забезпечують мінімум функції (3).

Як приклад розглянемо задачу в наступній постановці [5].

Відомі дані про чисельність робітників підприємства (X_1 , робітників), вартість основних засобів (X_2 , млн. грн.) і середню продуктивність праці (X_3 , грн./роб.), а також про обсяг виробленої продукції (Y , тис. грн.) для кількох підприємств галузі. Необхідно відшукати параметри виробничої функції і виконати її аналіз.

Для забезпечення співставлення результатів використаємо вихідні дані з [5, с. 100]. Організуємо робочий лист MS Excel так, як показано на рис.1.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	X1	X2	X3	Y	Yпер						
2	183	19,9	76,6	10,8	19,09	68,76					
3	355	30,4	58,1	28,9	22,35	42,91					
4	253	43,2	85,1	22,5	27,75	27,53					
5	213	52,2	80,3	27,1	27,07	0,00					
6	187	17,7	83,9	21,4	19,51	3,57	a ₀ =	0,173			
7	243	26,3	126,1	34,5	29,44	25,57	a ₁ =	0,280			
8	157	45,3	128,7	27,4	30,87	12,03	a ₂ =	0,291			
9	252	16,9	83,4	19,6	20,86	1,58	a ₃ =	0,547			
10	131	10,6	62,4	16,5	12,94	12,68					
11	113	11,4	75,5	12	14,07	4,30					
12	200	18,5	41,5	11,4	13,70	5,30	Коефіцієнт R ²			0,81938	
13	415	53,7	82,1	27,7	33,29	31,25	F розрахункове			30,243	
14	62	12,5	115,6	15,1	15,43	0,11	Надійність P			1,000	
15	354	30,8	70,5	22,9	24,92	4,08					
16	173	31,3	165,6	36,5	32,69	14,50					
17	233	17,6	78,8	19,8	20,02	0,05					
18	221	32,8	44,8	25,1	17,36	59,92					
19	348	50,9	49,6	22,8	23,68	0,78					
20	343	38,4	96,1	30,7	31,20	0,25					
21	235	27,3	64,4	24,3	20,42	15,07					
22	422	103,2	93,5	45,5	43,43	4,27					
23	197	146,1	110,4	42,4	42,53	0,02					
24	251	45,2	101,3	32,5	30,86	2,70					
25	246	16,4	87	17,6	21,02	11,68					
26			Сума	595	594,50	348,90					

Рисунок 1 – Фрагмент документа MS Excel з розв'язком задачі

У комірках A2:D25 цієї таблиці стоять постійні числа, задані в умові задачі (значення факторів X_1, X_2, X_3 і залежної змінної Y); рядок 1 містить пояснюючий текст; суми в комірках D26:E26 знайдені за допомогою функції СУММ.

В комірки I6:I9 спочатку вносяться деякі значення коефіцієнтів a_0, a_1, a_2, a_3 . Необхідні обчислення забезпечуються формулами, наведеними в табл.1.

Таблиця 1 – Розрахункові формули до рис.1

Комірка	Формула	Пояснення
E2	= $\$I\$6*A2^{\$I\$7}*B2^{\$I\$8}*C2^{\$I\$9}$	Розрахункове значення \tilde{y}_1 при введених a_0, a_1, a_2, a_3 . Формула копіюється в діапазон E3:E25 для забезпечення обчислення \tilde{y}_k для $k = 2, 3, \dots, 24$.
F2	=(E2-D2)^2	Квадрат відхилення розрахункового значення \tilde{y}_1 від відомого значення y_1 . Формула копіюється в діапазон F3:F25.
F26	=СУММ(F2:F25)	Сума квадратів відхилень розрахункових значень \tilde{y}_k від відомих значень y_k

Далі відпрацюємо послідовно команди *Сервис, Поиск решения* для завантаження вказаного засобу. З'явиться діалогове вікно *Поиск решения*. Заповнимо його, як показано на рис.2, і натиснемо кнопку *Выполнить* для початку процедури пошуку рішення, що відповідає введеним умовам.

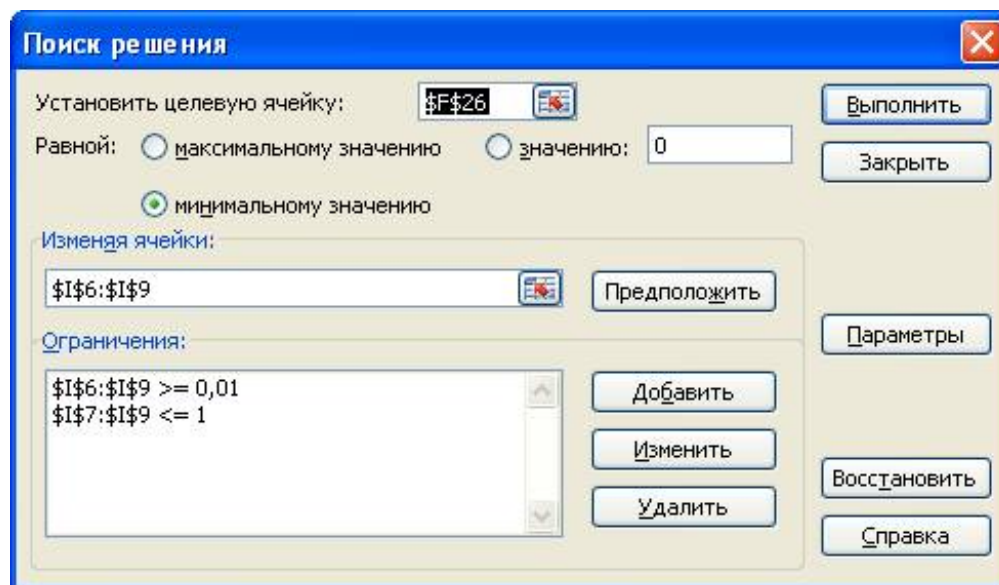


Рисунок 2 – Вікно стандартного засобу MS Excel *Поиск решения*

По закінченні пошуку з'явиться новий фрагмент електронної таблиці зі значеннями a_0, a_1, a_2, a_3 , що відповідають умові мінімуму суми квадратів відхилень (саме вони показані на рис.1).

Таким чином, виробнича функція Кобба–Дугласа для умов даної задачі має вигляд:

$$\tilde{y} = 0,173 \cdot X_1^{0,28} \cdot X_2^{0,291} \cdot X_3^{0,547} . \quad (4)$$

Для верифікації даної моделі обчислимо за стандартною методикою значення множинного коефіцієнта детермінації R^2 і оцінімо його значимість. Для цього в комірки K12:K14 вводимо формули, наведені в табл.2.

Таблиця 2 – Розрахункові формули до рис.1 (комірки K12:K14)

Комірка	Формула	Пояснення
K12	=1-F26/23/ДИСП(D2:D25)	Коефіцієнт детермінації R^2 , $m - 1 = 24 - 1 = 23$
K13	=20/3*K12/(1-K12)	Розрахункове значення F -критерія, $m - n - 1 = 24 - 3 - 1 = 20$
K14	=1-FРАСП(K13;3;20)	Надійність коефіцієнта детермінації, $m - n - 1 = 24 - 3 - 1 = 20$

Як наслідок, маємо $R^2 = 0,81938$, надійність $P = 1,000$ (рис.1), тобто функцію (4) можна вважати статистично обґрунтованою.

Зауважимо, що застосування стандартної методики побудови функції для тих же вихідних даних приводить до дещо іншої формули [2, с. 102]:

$$\tilde{y} = 0,23 \cdot X_1^{0,262} \cdot X_2^{0,32} \cdot X_3^{0,479} . \quad (5)$$

Для цієї залежності за тією ж методикою одержані значення множинного коефіцієнта детермінації $R^2 = 0,8141$, і його надійність $P = 1,000$. Різниця значень функції Кобба–Дугласа, розрахованих за формулами (4) і (5), не перевищує 5%.

Таким чином, різні підходи призводять до результатів, що практично не відрізняються. В той же час, описаний вище підхід простіший в реалізації, що надає йому перевагу в практичній діяльності економістів і управлінців.

Висновки. В даній роботі запропоновано підхід до побудови виробничої функції Кобба–Дугласа на основі використання ідеї методу найменших квадратів разом зі стандартним засобом *Поиск решения* табличного процесора MS Excel. До переваг запропонованого підходу слід віднести наступне:

1) усувається необхідність попередньої лінеаризації виробничої функції, отже, спрощується процедура знаходження її коефіцієнтів;

2) верифікація проводиться відносно остаточного виду виробничої функції, що підвищує значимість оцінок.

ЛІТЕРАТУРА

1. Клейнер Г.Б. Производственные функции: теория, методы, применение / Г.Б.Клейнер. – М.: Финансы и статистика, 1986. – 239с.
2. Плаунов М.К. Производственные функции в экономическом анализе/ М.К.Плаунов, Р.Л.Раяцкас. – Вильнюс: Минтис, 1984. – 308с.
3. Шумська С.С. Виробнича функція в економічному аналізі: теорія та практика використання / С.С.Шумська // Економіка та прогнозування. – 2007. – №2. – С.138-154.
4. Толбатов Ю.А. Эконометрика: підручник для студентів економічних спеціальностей вищ. навч. закл. / Ю.А.Толбатов. – К.: Четверта хвиля, 1997. – 320с.
5. Карімов Г.І. Моделювання та прогнозування в управлінні: навч. посібник / Г.І.Карімов. – Кам'янське: ДДТУ, 2018. – 163с.

6. Благодир Л.М. Визначення перспектив розвитку переробних підприємств олійно-жирової галузі України на основі виробничої функції Кобба–Дугласа / Л.М.Благодир, О.В.Мороз, Б.Є.Грабовецький // Актуальні проблеми економіки. – 2010. – №2. – С.241-251.
7. Гуменюк В.Я. Переваги та недоліки застосування функції Коба–Дугласа як інструменту управління виробничими ресурсами транспортних підприємств / В.Я.Гуменюк, Н.Б.Ярошевич // Вісник Національного університету „Львівська політехніка”. Проблеми економіки та управління. – 2000. – №391. – С.187-162.
8. Шарко І.О. Застосування апарату виробничих функцій для оцінки ефективності використання ресурсного потенціалу сільськогосподарських підприємств / І.О.Шарко, Ю.В.Пащенко // Інноваційна економіка. – 2012. – №11. – С.60-64.

Надійшла до редколегії 25.09.2018.

УДК 530.12

DOI 10.31319/2519-2884.33.2018.202

САМОХВАЛОВ С.Є., д.т.н., професор

Дніпровський державний технічний університет, м. Кам'янське

КІНЕМАТИЧНЕ ПЕРЕНОРМУВАННЯ ЕНЕРГІЇ В ТЕОРІЇ ГРАВІТАЦІЇ

Вступ. Ні в кого не виникає сумнівів, що для того, щоб наздогнати автобус, який рушає з зупинки, треба затратити певну енергію. Тож при перетвореннях групи GL^g , які описують зміну неінерціальних в загальному випадку систем відліку, повна енергія повинна змінюватися. З формальної точки зору це має місце внаслідок того, що при GL^g -перетвореннях зі змінними параметрами $\partial_\mu L_n^m \neq 0$, лагранжіан L_γ змінюється: до нього додається дивергенція

$$L_{\gamma'} = L_\gamma + \partial_\sigma \Delta V^\sigma, \quad (1)$$

де

$$\Delta V^\sigma = \sum_m^{\sigma\nu n} \Delta \gamma_{\nu n}^m = e \Delta \gamma_{\nu}^{[\sigma\nu]}, \quad (2)$$

причому

$$\Delta \gamma_{\nu n}^m := \partial_\nu L_{s'}^m L_n^{s'} = -L_{s'}^m \partial_\nu L_n^{s'}, \quad (3)$$

а $e = \sqrt{-g}$. Перетворення (1) є канонічним перетворенням з твірними функціями ΔV^σ [1], які визначаються матрицею переходу $L_n^{s'}$ між загальними системами відліку, і не змінює рівняння руху, незважаючи на те, що воно змінює енергію-імпульс гравітаційного поля. Через те, що ця зміна обумовлена виключно поверхневим доданком $\partial_\sigma \Delta V^\sigma$, зміна енергії-імпульсу при зміні загальної системи відліку має голографічну природу і є варіантом так званого голографічного перенормування [2].

Постановка задачі. Дана робота є продовженням роботи [3] і зберігає прийняті в ній позначення. Тут вивчається зміна енергії-імпульсу гравітаційного поля та суперпотенціалу повної енергії-імпульсу системи при зміні загальної системи відліку.

Результати роботи. 1. Перетворення енергії-імпульсу при зміні системи відліку.

Для визначення зміни енергії-імпульсу при зміні загальної системи відліку заважимо спочатку, що для перетворень з калібрувальної групи $G^g = T^g \times GL^g$, яка збе-