

## РОЗДІЛ «МАШИНОБУДУВАННЯ. МЕХАНІКА»

УДК 539.374

БАБЕШКО М.Е., д.ф.-м.н., вед. науч. сотр.  
САВЧЕНКО В.Г., д.т.н., гл. науч. сотр.

Інститут механіки ім. С.П. Тимошенко НАН України

### МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОСЕСИММЕТРИЧНОГО УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ СОСТАВНЫХ ТЕЛ ПРИ ТЕРМОСИЛОВОМ НАГРУЖЕНИИ И РАДИАЦИОННОМ ОБЛУЧЕНИИ

**Введение.** С развитием техники увеличивается число конструкций, работающих в условиях радиационного воздействия. Известно, что потоки элементарных частиц, в первую очередь нейтронные потоки, действующие на элементы конструкций, способны вызывать существенное изменение механических свойств материалов. Меняются упругие, пластические и прочностные свойства материалов, в частности, возникает объемная деформация. Происходящие в конструкционных материалах процессы могут существенно повлиять на работоспособность конструкции, особенно состоящей из различных материалов. При оценке прочности такой конструкции наряду с изменением свойств ее материалов от температуры и истории нагружения необходимо учитывать влияние радиационного облучения. В данной статье разработанные авторами методы численного исследования эксплуатационных и предельных состояний тонкостенных и толстостенных тел вращения, работающих в условиях неизотермического нагружения, распространены на процессы, сопровождающиеся воздействием радиационного облучения. В отличие от [1, 2], изложенная в данной статье методика основана на использовании уравнений терморадиационной пластичности для описания процессов деформирования по траекториям малой кривизны.

**Постановка задачи и основные соотношения.** В ортогональной системе координат  $q_i$  ( $i=1,2,3$ ) рассматривается составное тело вращения, изготовленное из изотропных материалов, в процессе осесимметричного неизотермического нагружения под действием объемных  $\vec{K}(K_1, K_2, K_3)$  и поверхностных  $\vec{t}_n(t_{n1}, t_{n2}, t_{n3})$  сил и радиационного облучения. Предполагается, что в начальный момент времени  $t_0$  тело находится при начальной температуре  $T_0$ . Под составным телом вращения подразумевается дискретно однородное тело, все составные части которого также являются телами вращения с общей осью вращения. Предполагается, что составные части тела скреплены между собой при температуре  $T_0$  без натяга и на их общей границе выполняются условия идеального силового, теплового и радиационного контактов. Предполагается, что материалы тела деформируются в пределах и за пределами упругости, а деформации ползучести пренебрежимо малы по сравнению с упругими и пластическими составляющими.

Для решения задачи процесс нагружения тела необходимо разбить на ряд этапов таким образом, чтобы моменты времени, разграничающие этапы, как можно лучше совпадали с моментами перехода отдельных элементов тела от активного нагружения к разгрузке и наоборот. На каждом этапе распределение температуры в теле может быть определено путем решения соответствующей задачи теплопроводности при заданных условиях теплообмена с окружающей средой по методике [3] либо найдено из других источников. Предполагается, что дозы облучения и распределение нейтронного потока в теле на каждом этапе известны, найдены путем решения соответствующей краевой задачи [4]. В частности, распределение нейтронного потока в теле при действии на од-

ну из его поверхностей нормального моноэнергетического пучка нейтронов постоянной интенсивности и отсутствии в теле источников генерации нейтронов можно приблизенно принять убывающим по экспоненциальному закону от этой поверхности [4]. Таким образом, определив на каждом этапе нагружения распределения температуры  $T$  и дозы радиационного облучения  $N$ , решим задачу термопластичности по определению перемещений  $u_i$ , деформаций  $\varepsilon_{ij}$  и напряжений  $\sigma_{ij}$  ( $i, j = 1, 2, 3$ ) для фиксированных моментов времени при заданных условиях нагружения и закрепления. Для этого используем систему статических, геометрических и физических (определяющих) уравнений. Статическими являются три дифференциальных уравнения равновесия, геометрическими – шесть линейных соотношений между компонентами деформаций и перемещений [3, 5]. Деформирование изотропных материалов будем описывать уравнениями теории процессов малой кривизны [3, 5]. Для оценки прочности исследуемого тела будем применять известные из литературы критерии. Связь между компонентами тензоров напряжений  $\sigma_{ij}$  и деформаций  $\varepsilon_{ij}$  представляем в форме обобщенного закона Гука с дополнительными слагаемыми в виде

$$\sigma_{ij} = 2G\varepsilon_{ij} + (K - 2G)\varepsilon_0\delta_{ij} - \sigma_{ij}^{(d)}, \quad (1)$$

$$\sigma_{ij}^{(d)} = 2G\varepsilon_{ij}^{(p)} + K\varepsilon_{TN}\delta_{ij}, \quad (2)$$

где

$$K = E/(1 - 2\nu); \quad E = 2G(1 + \nu); \quad \varepsilon_{TN} = \varepsilon_T + \varepsilon_N; \quad \varepsilon_T = \alpha_T(T - T_0); \quad \varepsilon_N = \alpha_N N; \quad (3)$$

$$\delta_{ij} = 1 \text{ при } i = j \text{ и } \delta_{ij} = 0 \text{ при } i \neq j.$$

В формулах (2), (3)  $E$ ,  $G$  и  $K$  – модули упругости, сдвига и объемного расширения материала, зависящие от температуры;  $\nu$ ,  $\alpha_T$  и  $\alpha_N$  – коэффициенты Пуассона, линейного теплового расширения и линейного радиационного расширения материала соответственно. Входящие в (2) величины пластических составляющих компонент деформации  $\varepsilon_{ij}^{(p)} = e_{ij}^{(p)}$  на произвольном  $M$ -м этапе нагружения имеют вид

$$e_{ij}^{(p)} = \sum_{k=1}^M \Delta_k e_{ij}^{(p)}, \quad (4)$$

$$\text{где } \Delta_k e_{ij}^{(p)} = \left\langle \frac{s_{ij}}{S} \right\rangle_k \Delta_k \Gamma_p^*, \quad (5)$$

$$s_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma_0 \delta_{ij}; \quad \sigma_0 = \sigma_{ii}/3;$$

$$S = \left( \frac{1}{2} s_{ij} s_{ij} \right)^{\frac{1}{2}} \text{ – интенсивность касательных напряжений,} \quad (6)$$

$$\Gamma_p^* = \sum_{k=1}^M \Delta_k \Gamma_p^* \text{ – интенсивность накопленных пластических деформаций сдвига.} \quad (7)$$

В (5) угловыми скобками обозначено среднее за этап значение находящейся в них величины. В (1) дополнительные слагаемые  $\sigma_{ij}^{(d)}$  (2) считаются известными, полученными в результате решения задачи на предыдущих этапах и приближениях. Входящие

в (3) приращения пластических составляющих деформаций  $\Delta_k e_{ij}^{(p)}$  (4) необходимо уточнять в процессе последовательных приближений. При вычислении  $\Delta_k e_{ij}^{(p)}$  используется предположение о существовании зависимости

$$S = F(\Gamma, T, N) \quad (8)$$

между интенсивностью касательных напряжений  $S$  (6), интенсивностью деформаций сдвига

$$\Gamma = \left( \frac{1}{2} e_{ij} e_{ij} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad e_{ij} = \varepsilon_{ij} - \varepsilon_0 \delta_{ij}, \quad \varepsilon_0 = \varepsilon_{ii} / 3, \quad (9)$$

температурой  $T$  и дозой радиационного облучения  $N$ . Для конкретизации зависимости (8) используем диаграммы  $\sigma \sim \varepsilon$  ( $\sigma$  – напряжение,  $\varepsilon$  – продольная деформация образца), полученные в экспериментах на растяжение цилиндрических образцов при различных фиксированных значениях температуры и дозы радиационного облучения, выполненных со скоростями нагружения, не влияющие на форму диаграмм  $\sigma \sim \varepsilon$ . Переход от  $\sigma$  и  $\varepsilon$  к  $S$  и  $\Gamma$  осуществляется по формулам [5]

$$S = \sigma / \sqrt{3}; \quad \Gamma = S / (2G) + \sqrt{3} \varepsilon^{(p)} / 2; \quad \varepsilon^{(p)} = \varepsilon - \sigma / E. \quad (10)$$

Для промежуточных значений  $T$  и  $N$  зависимости  $S \sim \Gamma$  найдем путем линейной интерполяции по  $T$  и  $N$ .

**Результаты работы. Метод решения.** С использованием определяющих соотношений (1), (2) формулируем разрешающую систему уравнений. Для определения упругопластического НДС массивных тел вращения используем цилиндрическую систему координат. С применением вариационного принципа Лагранжа и метода конечных элементов получаем в каждом приближении на произвольном этапе нагружения систему алгебраических уравнений, правая часть которой зависит от пластических, тепловых и радиационных составляющих деформации и уточняется от приближения к приближению. Подробно методы решения пространственной задачи термопластичности описаны в [3, 6] и др. В случае тонких оболочек вращения используется криволинейная ортогональная система координат и гипотезы Кирхгофа–Лява. В каждом приближении произвольного этапа нагружения необходимо решить краевую задачу для системы шести обыкновенных дифференциальных уравнений. Для этого используется метод Рунне–Кутта с дискретной ортогонализацией [7]. Подробно методики решения задачи термопластичности для тонких оболочек вращения описаны в [3, 5, 8] и др.

При оценке прочности тела, моделирующего исследуемый элемент конструкции, обычно [9] рассматривают два варианта разрушения – усталостное и квазистатическое. Для усталостного разрушения характерно появление трещин при малых пластических деформациях. Квазистатическое разрушение характеризуется ростом пластической деформации до уровня, соответствующего разрушению при однократном статическом нагружении. Во многих работах пользуются критериями Сдобырева [10] и максимально допустимой деформации.

Согласно критерию Сдобырева тот уровень загрузок, при котором выполнено условие

$$\sigma_e = \sigma_n, \quad \sigma_e = (\sigma_i + \sigma_{max}) / 2, \quad (11)$$

соответствует разрушению. В (11)  $\sigma_e$  – эквивалентное напряжение,  $\sigma_i$  – интенсивность напряжений,  $\sigma_i = S \sqrt{3}$ ,  $\sigma_{max}$  – максимальное главное нормальное напряжение [5],  $\sigma_n$  – предел прочности материала.

**Числовые результаты.** В качестве примера рассмотрим влияние радиационного облучения на НДС двухслойной сплошной круглой пластины радиуса  $R = 0,5$  м, слои которой имеют толщину  $h/2 = 0,0125$  м. Оболочка отнесена к криволинейной ортогональной системе координат  $s, \theta, \zeta$ , связанной с недеформированной непрерывной координатной поверхностью, где  $s$  ( $s_a \leq s \leq s_b$ ) – меридиональная координата,  $s_a, s_b$  – координаты, соответствующие торцам оболочки;  $\theta$  ( $0 \leq \theta \leq 2\pi$ ) – окружная координата;  $\zeta$  ( $\zeta_0 \leq \zeta \leq \zeta_k$ ) – координата, отсчитываемая по нормали к координатной поверхности, толщина оболочки  $h = \zeta_k - \zeta_0$ . В качестве координатной поверхности выбрана срединная поверхность. Первый слой пластины ( $-\frac{h}{2} \leq \zeta \leq 0$ ) изготовлен из стали 347, а второй ( $0 \leq \zeta \leq \frac{h}{2}$ ) – из графита. Пластина жестко защемлена по контуру и подвергается действию нормальной распределенной нагрузки  $q_\zeta$  и радиационного облучения за счет падающего на поверхность  $\zeta = -\frac{h}{2}$  потока нейтронов. Распределение дозы радиации  $N$  по толщине пластины принято в виде

$$N = At e^{-\mu(\zeta + \frac{h}{2})}, \quad (12)$$

где  $A = 20 \cdot 10^{18}$  нейtron/см<sup>2</sup>·с (нтр/см<sup>2</sup>·с),  $0 \leq t \leq 1$  с,  $-\frac{h}{2} \leq \zeta \leq \frac{h}{2}$ , а коэффициент  $\mu$  определяется интенсивностью поглощения нейтронов данным материалом. В данной задаче принято  $\mu = 0,9$  см<sup>-1</sup>. Температура пластины  $T = T_0 = 0^0C$ . Для проведения расчетов были заданы диаграммы растяжения материалов слоев 1 [11] и 2 [12] при  $T = 0^0C$  и различных значениях доз радиационного облучения. Коэффициенты Пуассона и радиационного расширения материалов слоев 1 и 2 приняты независящими от дозы радиационного облучения и равными  $\nu = 0,3$ ,  $\alpha_N = 0,3 \cdot 10^{-21}$  (нтр/см<sup>2</sup>)<sup>-1</sup> и  $\nu = 0,2$ ,  $\alpha_N = 0,1 \cdot 10^{-22}$  (нтр/см<sup>2</sup>)<sup>-1</sup> соответственно. При решении задачи условия в полюсе  $s = 0$  и на контуре  $s = R$  были и заданы в виде:

$$\text{при } s = 0 \quad u = \vartheta_s = Q_s = 0, \quad \text{при } s = R \quad u = w = \vartheta_s = 0,$$

где  $u$  и  $w$  перемещения координатной поверхности в направлениях  $s$  и  $\zeta$ ,  $\vartheta_s$  – угол поворота нормали к координатной поверхности,  $Q_s$  – перерезывающая сила.

Для исследования упругопластического напряженно-деформированного состояния пластины при заданном процессе нагружения этот процесс был разбит на 5 этапов, на которых величина распределенной нагрузки была равна  $q_\zeta = -0,1; -0,15; -0,2; -0,25; -0,3$  МПа, а распределение дозы радиационного облучения по толщине пластины определялось формулой (13) при  $t = 0,2; 0,4; 0,6; 0,8; 1$  с. Некоторые результаты расчета приведены на рис.1 и 2. На рис.1 приведены распределения вдоль меридиональной координаты меридиональных  $\sigma_{ss}$ , а на рис.2 – окружных  $\sigma_{\theta\theta}$  напряжений; сплошные линии соответствуют результатам, полученным в конце рассматриваемого процесса нагружения, сопровождающегося радиационным облучением, а штрихпунктирные линии – при отсутствии радиационного облучения; кривые 1 соответствуют значениям напряжений при  $\zeta = -\frac{h}{2}$ , а кривые 2 – при  $\zeta = \frac{h}{2}$ . Расчет показал, что при действии только силовой нагрузки материалы оболочки деформиру-

ются в пределах упругости, а действие радиации приводит к качественному изменению напряженно-деформированного состояния пластины и возникновению пластических деформаций в обоих слоях. Действие радиации существенно снизило прочностные свойства пластины.

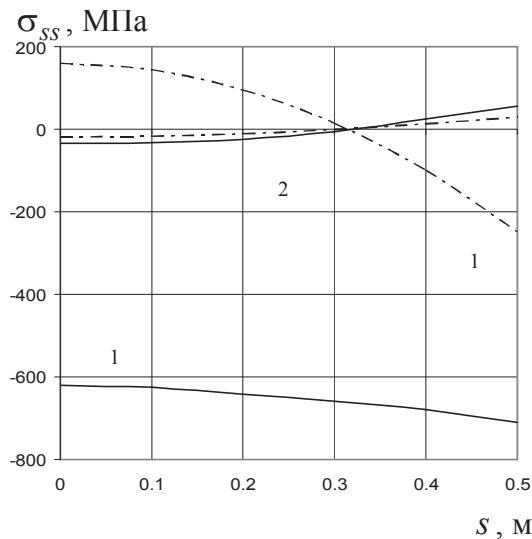


Рисунок 1

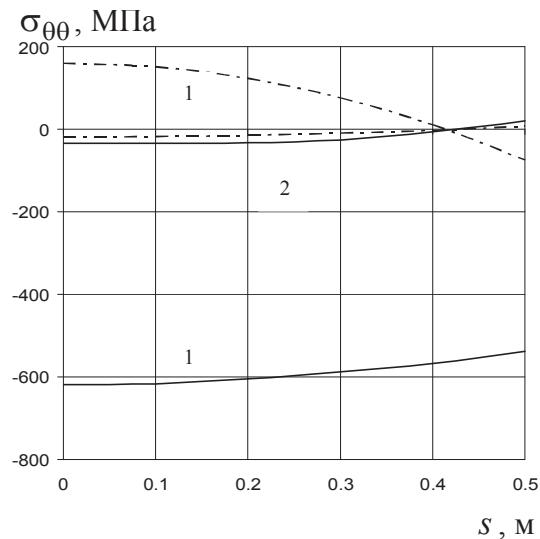


Рисунок 2

**Выводы.** Изложена методика численного исследования осесимметричного термоупругопластического напряженно-деформированного состояния составных тел вращения в условиях радиационного облучения. На примере двухслойной пластины показано влияние действия радиационного потока на ее напряженное состояние.

#### ЛИТЕРАТУРА

- Савченко В.Г. Упругопластическое осесимметричное напряженно-деформированное состояние слоистых оболочек при радиационном облучении / Савченко В.Г., Бабешко М.Е. // Прикладная механика. – 2000. – **36**, №9. – С.104-111.
- Бабешко М.Е. Исследование упругопластического осесимметричного напряженно-деформированного состояния гибких слоистых оболочек при радиационном облучении с учетом истории нагружения / Бабешко М.Е., Савченко В.Г. // Прикладная механика. – 2001. – **37**, №11. – С.75-80.
- Шевченко Ю.Н. Механика связанных полей в элементах конструкций. Т.2. Термовязкопластичность / Шевченко Ю.Н., Савченко В.Г. – К.: Наукова думка, 1987. – 264с.
- Ольшак В. Теория пластичности неоднородных тел / Ольшак В., Рыхлевский Я., Урбановский В. – М.: Мир, 1964. – 156с.
- Шевченко Ю.Н. Термовязкоупругопластические процессы сложного деформирования элементов конструкций / Шевченко Ю.Н., Бабешко М.Е., Терехов Р.Г. – К.: Наукова думка, 1992. – 328с.
- Savchenko V.G. Spatial Thermoviscoplastic Problems / Savchenko V.G., Shevchenko Yu.N. // Int. Appl. Mech. – 2000. – **36**, N11. – P.1399-1433.
- Григоренко Я.М. Теория оболочек переменной жесткости: в 5-ти т. Т.4: Методы расчета оболочек. – Григоренко Я.М., Василенко А.Т. / К.: Наукова думка, 1981. – 544с.
- Решение осесимметричной задачи термопластичности для тонкостенных и толстостенных тел вращения на ЕС ЭВМ / Шевченко Ю.Н., Бабешко М.Е., Пискун В.В. [и др.]. – К.: Наукова думка, 1980. – 196с.
- Шнейдерович Р.М. Прочность при статическом и повторно-статическом нагружениях / Шнейдерович Р.М. – М.: Машиностроение, 1968. – 344с.

10. Сдобырев В.П. Критерий длительной прочности для некоторых жаропрочных сплавов при сложном напряженном состоянии / Сдобырев В.П. // Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение. – 1959. – №6. – С.93-99.
11. Киселевский В.Н. Изменение механических свойств сталей и сплавов при радиационном облучении / Киселевский В.Н. – К.: Наукова думка, 1977. – 104с.
12. Графит как высокотемпературный материал: сборник статей / под ред. К.П.Власова. – М.: Мир, 1964. – 156с.

*Поступила в редакцию 20.03.2017.*

УДК 669.013.002.5:531.3

БЕЙГУЛ О.О., д.т.н., професор  
СМИРНОВ А.І., інженер  
БЕЙГУЛ В.О., к.т.н., ст. викладач  
ЛЕПЕТОВА Г.Л., к.т.н., доцент

Дніпровський державний технічний університет м. Кам'янське

### **ОБГРУНТУВАННЯ УМОВИ ПОПЕРЕЧНОЇ СТІЙКОСТІ ЗЧЛЕНОВАНОГО ПОРТАЛЬНОГО КОНТЕЙНЕРОВОЗА ПРИ КОСОСИМЕТРИЧНИХ КІНЕМАТИЧНИХ ЗБУРЕННЯХ**

**Вступ.** На сучасних підприємствах з'являються нові технологічні лінії, де спецавтотранспорт, як більш гнучкий у своєму використанні, витісняє традиційний залізничний транспорт. На ділянках перевезення контейнерів, пакетованих вантажів, піддонів використовуються автотранспортні засоби з вантажопідйомним устаткуванням [1], контейнеровози з U-подібною рамою [2], порталні автомобілі [3, 4]. Портальні автомобілі знаходять широке застосування у лісній, деревообробній промисловості, при проведенні навантажувально-розвантажувальних робіт у складських приміщеннях, в останній час застосовуються в технологічних лініях заводів чорної та кольорової промисловості. Як правило, такі машини мають мало аналогів у практиці вітчизняного автомобілебудування, тому їх розробка, проектування та виготовлення вимагають нового, нетрадиційного підходу.

**Постановка задачі.** Для порталних машин характерні велика будівельна висота конструкції, наявність зосереджених мас, довгих стрижневих вантажопідйомних та направляючих силових елементів, що спричиняє проблеми стійкості збуреного руху при кососиметричних кінематичних збуреннях з боку нерівностей технологічних доріг. Слід зазначити, що поздовжній балансирний шарнір робить незалежними коливання зчленованих частин у поперечній площині [5]. На цій підставі розглядаємо поперечні коливання порталної несучої системи незалежно від П-подібного моста.

На рівні розглянутих робіт невирішеною частиною проблеми є обґрунтування умови поперечної стійкості зчленованого порталного контейнеровоза при наявності кососиметричних кінематичних збурень.

**Результати роботи.** На рис. 1 зображено зчленований порталний контейнеровоз.

Будемо вважати, що кінематичні збурення діють лише на праву підвіску порталної машини. Рівняння збуреного руху отримуємо у формі рівняння Лагранжа другого роду [6]:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} = - \frac{\partial \Pi}{\partial q_j} + Q_j^F, \quad (1)$$

де  $T$  – кінетична енергія системи, Дж;

$\Pi$  – потенціальна енергія системи, Дж;