

## РОЗДІЛ «ЕЛЕКТРОМЕХАНІКА. ЕЛЕКТРОТЕХНІКА»

УДК 62-83

DOI 10.31319.2519-2884.32.2018.167

ДЕРЕЦ А.Л., к.т.н., доцент  
САДОВОЙ А.В., д.т.н., професор  
СОХИНА Ю.В., к.т.н., доцент

Днепропетровский государственный технический университет, г. Каменское

### СРАВНИТЕЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЛЕЙНЫХ СИСТЕМ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА С ОПТИМАЛЬНЫМИ И МОДАЛЬНЫМИ РЕГУЛЯТОРАМИ, СИНТЕЗИРОВАННЫМИ МЕТОДОМ N-i ПЕРЕКЛЮЧЕНИЙ

**Введение.** Типичным динамическим объектом, которому необходима минимизация времени регулирования, является позиционный электропривод [1]. Одним из эффективных приёмов построения систем оптимального управления такими приводами является применение релейных систем подчинённого регулирования, синтезированных методом N-i переключений [2-4]. Простота технической реализации каскада релейных регуляторов в сочетании с легкостью их настройки на режимы больших [2], средних [3] и малых [4] перемещений открывает возможности для построения адаптивных алгоритмов управления [5] на основе данного метода. Вместе с тем, метод N-i переключений позволяет обосновать такое распределение корней релейно-модальных систем, которое обеспечивает минимальное отклонение их переходных траекторий от оптимальных по быстродействию, рассчитанных при условиях ограничения промежуточных координат [6]. Синтезированные подобным образом регуляторы, формально утратив оптимальность по быстродействию, должны приобрести повышенную устойчивость к возмущающим воздействиям за счёт расширения областей существования скользких режимов.

**Постановка задачи.** Позиционный электропривод постоянного тока с жесткой кинематической цепью можно описать системой дифференциальных уравнений

$$\left. \begin{aligned} p\varphi &= \omega = k_r \cdot \omega_m \\ p\omega &= \varepsilon = \frac{k_r \cdot c}{J} \cdot (i - i_s) \\ p\varepsilon &= a = \frac{k_r \cdot c}{J} \cdot \frac{u - R \cdot i - c \cdot \omega_m}{L} \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

где  $p = \frac{d}{dt}$  – символ дифференцирования по времени,  $\varphi, \omega, \varepsilon, a$  – соответственно угловые положение, скорость, ускорение и рывок исполнительного вала,  $u$  – напряжение преобразователя;  $i$  – ток якоря,  $i_s$  – статический ток,  $\omega_m$  – угловая скорость вала машины,  $k_r$  – коэффициент редуктора,  $R, L, J$  – сопротивление, индуктивность и момент инерции машины,  $c = k\Phi$ ,  $k$  – конструктивный коэффициент,  $\Phi$  – номинальный магнитный поток машины.

Метод N-i переключений основан на прогнозе оптимальной по быстродействию переходной траектории с учётом уровней ограничения канонических координат. Для унификации формы траектории и простоты её расчёта реальный объект управления (1)

заменяется нейтральным объектом, в котором игнорируется влияние внутренних обратных связей и возмущающих воздействий

$$\left. \begin{aligned} p\varphi &= \omega \\ p\omega &= \varepsilon \\ p\varepsilon &= a \end{aligned} \right\}. \quad (2)$$

Для управления динамическими объектами (1), (2) метод N-и переключений предполагает применение каскада релейных регуляторов

$$\left. \begin{aligned} u_{R1} = u_{R\varphi} = \omega^* &= \omega_{\max} \cdot \text{sign}(\varphi^* - \varphi - K_{\varphi\omega} \cdot \omega - K_{\varphi\varepsilon} \cdot \varepsilon) \\ u_{R2} = u_{R\omega} = \varepsilon^* &= \varepsilon_{\max} \cdot \text{sign}(\omega^* - \omega - K_{\omega\varepsilon} \cdot \varepsilon) \\ u_{R3} = u_{R\varepsilon} = a^* &= a_{\max} \cdot \text{sign}(\varepsilon^* - \varepsilon) \end{aligned} \right\}. \quad (3)$$

Для «идеализированного» нейтрального объекта управления (2) устанавливаются те же уровни ограничений канонических координат  $\omega_{\max}$ ,  $\varepsilon_{\max}$ ,  $a_{\max}$ , что и для реального (1), однако сигнал  $u_{R\varepsilon}$  прикладывается к объекту (1) с амплитудой  $U_{\max}$ .

Оптимизация по быстродействию регуляторов каскада (3) обеспечивается коэффициентами обратных связей [3, 6]

$$K_{\omega\varepsilon} = \frac{1}{2}T_a, \quad K_{\varphi\omega} = \frac{1}{2}(T_a + T_\varepsilon), \quad K_{\varphi\varepsilon} = \frac{1}{4}T_a T_\varepsilon + \frac{1}{12}T_a^2, \quad (4)$$

где постоянные времени замкнутой системы определяются как

$$T_a = \frac{\varepsilon_{\max}}{a_{\max}}, \quad T_\varepsilon = \frac{\omega_{\max}}{\varepsilon_{\max}}, \quad T_\omega = \frac{\varphi_{\max}}{\omega_{\max}}. \quad (5)$$

Синтез методом N-и переключений релейно-модальных регуляторов каскада (3) позволяет получить коэффициенты [6]

$$K_{\omega\varepsilon} = \frac{1}{2}\gamma T_a, \quad K_{\varphi\omega} = \frac{1}{2}\gamma(T_a + T_\varepsilon), \quad K_{\varphi\varepsilon} = \frac{1}{4}\gamma^2 T_a T_\varepsilon, \quad (6)$$

где постоянные времени корректируются повышающим коэффициентом

$$\gamma = \sqrt{\frac{T_a T_\varepsilon + \frac{1}{3}T_a^2}{T_a T_\varepsilon}}. \quad (7)$$

Задачей настоящей работы является анализ отличий переходных процессов релейных систем подчинённого регулирования третьего порядка с оптимальными по быстродействию (4) и модальными (6) настройками регуляторов (3) с целью оценки перспективы их применения в составе позиционного электропривода.

**Результаты работы.** Рассмотрим объект управления (1) со следующими параметрами и уровнями ограничений координат состояния:

$$R = 1 \text{ Ом}, c = 2 \text{ В} \cdot \text{с}, J = 0,1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, k_T = 1, \omega_{\text{НОМ}} = 100 \text{ с}^{-1}, U_{\max} = 250 \text{ В}. \quad (8)$$

Эти числовые данные являются в некоторой мере условными. Они получены на основе характеристик электропривода с двигателем мощностью 5 кВт путём округления параметров и величин. Кроме того, индуктивность якорной цепи увеличена до значения

$$L = 0,1 \text{ Гн.} \quad (9)$$

Такая коррекция выполнена для удобства анализа переходных процессов.

Для системы с параметрами (8), (9) предельные ограничения скорости, ускорения и рывка составят  $\omega_{\max} = 100 \text{ с}^{-1}$ ,  $\varepsilon_{\max} = 800 \text{ с}^{-2}$ ,  $a_{\max} = 50000 \text{ с}^{-3}$ . Выполним исследование переходных процессов системы в режиме малых перемещений при  $\varphi^* = 0,8 \text{ рад}$ , тогда уровни ограничений составят  $\omega_{\max} = 15,87 \text{ с}^{-1}$ ,  $\varepsilon_{\max} = 629,96 \text{ с}^{-2}$ ,  $a_{\max} = 25000 \text{ с}^{-3}$ . Рассчитанные по формулам (5), (4) оптимальные параметры регуляторов (3) приобретают значения  $K_{\omega\varepsilon} = 0,0126 \text{ с}$ ,  $K_{\varphi\varepsilon} = 0,0002117 \text{ с}^2$ ,  $K_{\varphi\omega} = 0,0252 \text{ с}$ , а при модальных настройках согласно выражениям (7), (6) они равны  $K_{\omega\varepsilon} = 0,0145 \text{ с}$ ,  $K_{\varphi\varepsilon} = 0,0002117 \text{ с}^2$ ,  $K_{\varphi\omega} = 0,0291 \text{ с}$ .

Рассмотрим вначале динамику синтезированных систем при управлении нейтральным объектом (2). На рис.1 представлены режимы отработки скачка задающего воздействия в момент  $t = 0$  и ударного приложения возмущения по координате  $\varepsilon$  величиной  $0,85\varepsilon_{\max}$  в момент

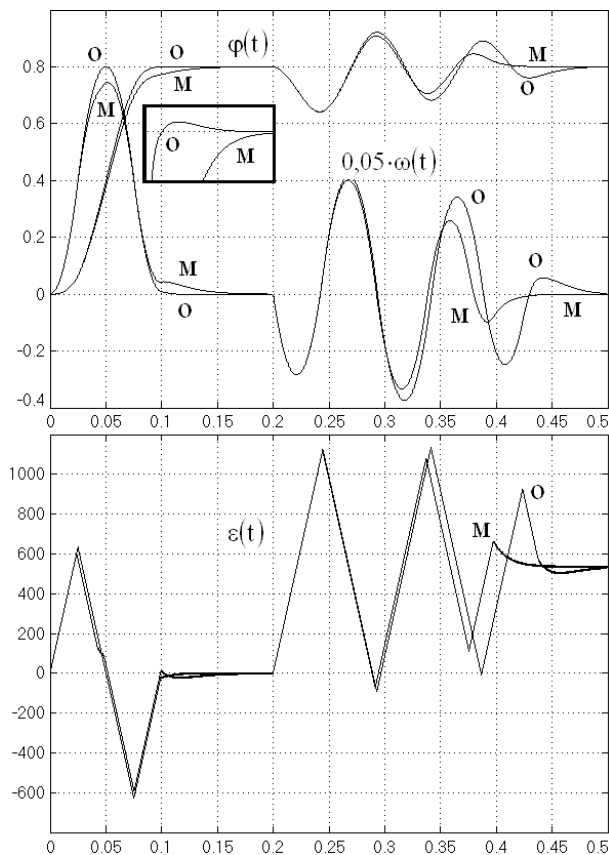


Рисунок 1 – Переходные процессы оптимальной и модальной систем управления нейтральным объектом

$t = 0,2 \text{ с}$ , что равносильно ударному приложению момента сопротивления к объекту (1). Временные диаграммы координат оптимальной и модальной систем обозначены символами соответственно «О» и «М» на тех участках, которые характеризуются наиболее заметными расхождениями кривых. Следует отметить полное совпадение или незначительное отличие отдельных участков графиков переходных процессов, особенно на начальных стадиях как отработки скачка задания, так и компенсации возмущения. Частичное подобие диаграмм является закономерным, поскольку заложено в использованных методиках синтеза обеих систем, основанных на методе N-i переключений.

Конечные стадии процессов отработки задания и компенсации возмущения, соответствующие интервалам существования скользяще-

го режима  $R_\varphi$ , демонструють принципіальне різниця характеру часових діаграм. При малих відхиленнях від стану рівноваги рух системи з оптимальними налаштуваннями є колибательним, що обумовлено комплексно-сопряженими корнями рівнянь скользяння  $R_\varphi$  при налаштуванні на режим «малого трикутника». В той же час система з модальними налаштуваннями гарантовано формує на завершальній стадії перехідного процесу аперіодическу траєкторію в відповідності з заданим розподілом корнів. Для зручності порівняння в межах наведено фрагменти траєкторій  $\varphi(t)$  при підході до  $\varphi^*$  з збереженням масштабу по часу і збільшеним в 40 раз масштабом по  $\varphi$ . При розгляді графіків  $\varphi(t)$  в цілому перехідний процес модальної системи виглядає декілька затягнутим во часу, що обумовлено більш раннім виникненням скользящего режиму модального регулятора  $R_\varphi$  по порівнянню з оптимальним. Однак аналіз діаграм  $\varphi(t)$  в режимі малих відхилення виявляє факт одночасного досягнення положення рівноваги оптимальної і модальної системами, оскільки більш раннє перше досягнення  $\varphi^*$  оптимальної системою нівелюється наступним перерегулюванням, к которому весьма критичны позиционные электроприводы.

Реакція на ударне возмущение при  $t > 0,2$ с також свідчить про кращу збіжності траєкторій модальної системи, хоча в цілому обидва варіанти налаштувань демонструють

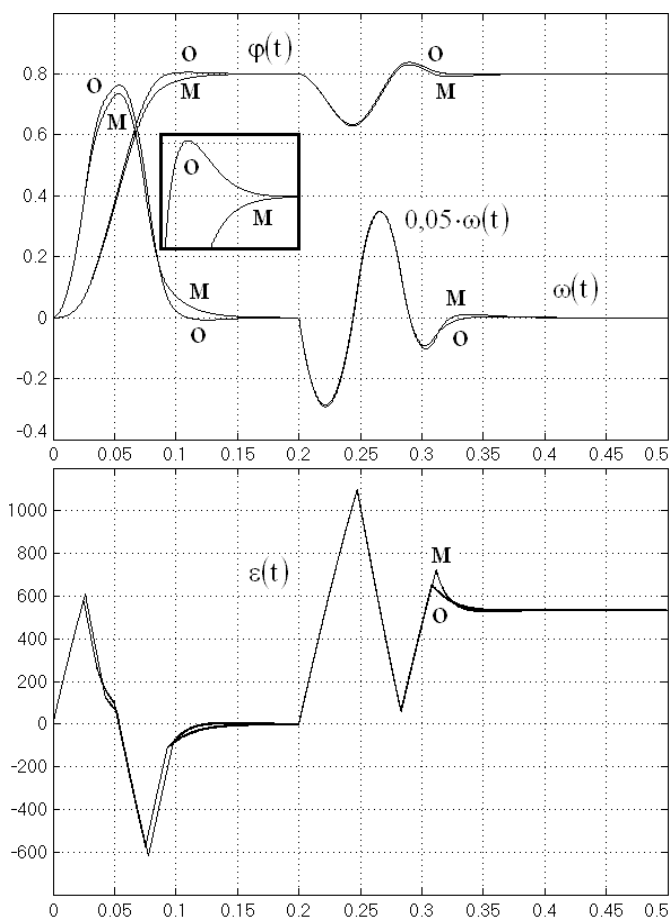


Рисунок 2 – Переходные процессы оптимальной и модальной систем управления позиционным электроприводом

чрезмерную длительность режима единичных переключений. Данное обстоятельство объясняется спецификой собственной динамики нейтрально устойчивого объекта, а также ориентацией метода N-i переключений на оптимизацию процессов обработки задающих воздействий.

На рис.2 представлены переходные процессы оптимальной и модальной систем с настройками регуляторов (3), идентичными приведенным выше, для случая управления позиционной электромеханической системой, описываемой уравнениями (1). Поскольку синтез каскада регуляторов (3) основывается на прогнозируемых траекториях объекта (2), временные диаграммы процесса позиционирования (при  $t < 0,2$ с) отличаются от расчётных даже для системы, оптимизированной по быстродействию. Более того, рассмотрение движения систем при малых отклоне-

ниях от заданного положения (выделение  $\varphi(t)$  рамкой с увеличением в 40 раз), выявляет возросшее перерегулирование именно в системе с оптимальными настройками, тогда как график  $\varphi(t)$  модальной системы практически идентичен соответствующему фрагменту диаграммы на рис.1.

Вместе с тем, реакция обеих систем на ударное координатное возмущение, прикладываемое в момент времени  $t = 0,2\text{с}$ , лишена недопустимой колебательности, наблюдаемой на рис.1, благодаря собственной сходимости объекта управления (1). На фоне данного эффекта практически не проявляется лучшая сходимость траекторий модальной системы, поэтому диаграммы процесса компенсации возмущения оптимальной и модальной системами не имеют существенных отличий.

**Выводы.** Сравнительное исследование релейных систем третьего порядка, синтезированных методом N-i переключений, выявляет ряд преимуществ модальных регуляторов перед оптимальными. В частности, модальные настройки регулятора положения обеспечивают апериодический характер завершающих этапов позиционирования без увеличения суммарной длительности процесса. Данный эффект в меньшей мере присущ системам с нейтральным объектом и не может быть выявлен без анализа динамики систем в режиме малых отклонений. Кроме того, системы с модальными настройками демонстрируют меньшую колебательность в режимах компенсации возмущений, что в большей мере проявляется при управлении нейтральными объектами, не обладающими собственной сходимостью. Результаты исследования свидетельствуют о целесообразности внедрения процедур вычисления модальных настроек в адаптивные алгоритмы синтеза каскадно-подчинённых релейных систем [5] и указывают на актуальность дальнейшего изучения возможностей коррекции динамических характеристик таких систем путём замещения оптимальных настроек близкими им модальными.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Релейные системы оптимального управления электроприводами / Садовой А.В., Сухинин Б.В., Сохина Ю.В., Дерез А.Л. – Днепропетровск: ДГТУ, 2011. – 337с.
2. Садовой А.В. Параметрический синтез позиционных релейных систем подчиненного регулирования методом N-i переключений / Садовой А.В., Дерез А.Л. // Вестник НТУ «ХПИ»: «Проблемы автоматизированного электропривода. Теория и практика». – Харьков. – 2005. – №45. – С.71-73.
3. Садовой А.В. Оптимизация по быстродействию режимов средних перемещений позиционных релейных СУЭП методом N-i переключений / Садовой А.В., Дерез А.Л. // Сборник научных трудов ДГТУ: «Проблемы автоматизированного электропривода. Теория и практика». – Днепропетровск. – 2007. – С.420-422.
4. Садовой А.В. Оптимизация по быстродействию методом N-i переключений режимов малых перемещений позиционного электропривода / Садовой А.В., Дерез А.Л. // Вестник КГПУ. – Кременчуг. – 2007. – № 3/2007(44). – С.15-17.
5. Дерез А.Л. Адаптация системы оптимального по быстродействию управления позиционным электроприводом к изменению формы переходной траектории / Дерез А.Л., Садовой А.В. // Электротехнические и компьютерные системы. – К.: Техника. – 2014. – №15(91). – С.72-74.
6. Дерез А.Л. Параметрический синтез позиционных релейных систем подчиненного регулирования методом N-i переключений / Дерез А.Л., Садовой А.В. // Вестник НТУ «ХПИ»: «Проблемы автоматизированного электропривода. Теория и практика». – Харьков. – 2017. – №27. – С.75-79.

Поступила в редколлегию 10.04.2018.