

КЛЮЄВ О.В., к.т.н., доцент,
ХМЕЛЬНИЦЬКИЙ Є.Д., к.т.н., доцент

Дніпровський державний технічний університет, м. Кам'янське

ВЛАСТИВОСТІ РЕАКТИВНОЇ ПОТУЖНОСТІ АСИНХРОННОЇ МАШИНИ ЯК НАВАНТАЖЕННЯ ЕЛЕКТРИЧНОЇ МЕРЕЖІ

Вступ. Типова узагальнена статична характеристика вузла електропостачання за реактивною потужністю, отримана для характерного у вітчизняних електричних мережах складу навантаження, представляє унімодальну функцію, тобто характеристика реактивної потужності $Q(U)$ має V-подібний характер із точкою мінімуму. Саме наявність мінімуму в статичній характеристиці вузлів навантаження $Q(U)$ обумовлює можливість розвитку такого виду нестійкості як лавина напруги. Особливо небезпечний такий режим для промислових вузлів з різко змінними навантаженнями (прокатними станами, дуговими печами), які можуть створювати значні коливання живильної напруги, що істотно відбивається на роботі потужних асинхронних двигунів [1,2].

При цьому потрібно враховувати, що приблизно 75% споживаної реактивної потужності припадає на асинхронні машини (АМ) і силові трансформатори [2]. До цього можна додати, що в асинхронних машинах і трансформаторах відбуваються однакові фізичні процеси й описуються вони однаковими рівняннями, у яких для трансформаторів лише швидкість обертання вторинних кіл приймається рівною нулю. Варто сказати, що в літературних джерелах не пояснюється чому така важлива статична характеристика вузлів навантаження як $Q(U)$ має V-подібний характер. Тому варто припустити, що властивості залежності $Q(U)$ для вузла навантаження обумовлені властивостями переважного виду навантаження, а саме асинхронних машин і трансформаторів. Отже, доцільно одержати і дослідити характеристику $Q(U)$ для асинхронної машини як основного споживача електроенергії, який багато в чому визначає властивості узагальненої кривої $Q(U)$ усього вузла навантаження.

Постановка задачі. Ставиться задача одержати залежність реактивної потужності асинхронної машини (АМ) з короткозамкненим ротором від величини напруги живильної мережі, а також визначити критерії керування потоками реактивної потужності з метою неприпустимого зниження напруги у вузлі навантаження.

Результати роботи. У дослідженні відійдемо від звичних схем заміщення АМ і будемо спиратися на вихідні рівняння статички. Формула для обчислення реактивної потужності

$$Q_s = \frac{3}{2}(U_{sv}I_{su} - U_{su}I_{sv}). \quad (1)$$

В осях координат, орієнтованих за вектором напруги статора, формула (1) спрощується за рахунок того, що $U_{sv} = 0$, $U_{su} = U_s$ і тоді буде

$$Q_s = -\frac{3}{2}U_s I_{sv}. \quad (2)$$

Активна потужність статора при зазначених умовах дорівнює

$$P_s = \frac{3}{2}(U_{su}I_{su} + U_{sv}I_{sv}) = \frac{3}{2}U_s I_{su}. \quad (3)$$

Рівняння динаміки АМ в узагальнених осях u, v загальновідомі і наводяться в багатьох літературних джерелах, наприклад [3]. Конкретизуємо ці рівняння в статиці, направивши їх осі координат за вектором напруги статора \vec{U}_s для одержання проєкції струму статора I_{sv} :

рівняння рівноваги напруг:

$$U_s = R_s I_{su} - \omega_0 \Psi_{sv}; \quad 0 = R_s I_{sv} + \omega_0 \Psi_{su}; \quad (4)$$

$$0 = R_r I_{ru} - \omega_0 s \Psi_{rv}; \quad 0 = R_r I_{rv} + \omega_0 s \Psi_{ru}; \quad (5)$$

рівняння потокозчеплень:

$$\Psi_{su} = L_s I_{su} + L_m I_{ru}; \quad \Psi_{sv} = L_s I_{sv} + L_m I_{rv}; \quad (6)$$

$$\Psi_{ru} = L_r I_{ru} + L_m I_{su}; \quad \Psi_{rv} = L_r I_{rv} + L_m I_{sv}; \quad (7)$$

рівняння електромагнітного моменту

$$M_e = M_c = \frac{3}{2} N L_m (I_{sv} I_{ru} - I_{su} I_{rv}), \quad (8)$$

який у сталому режимі дорівнює моменту статичного навантаження.

Якщо покласти активний опір статорних обмоток рівним нулю ($R_s = 0$), то з рівнянь (4) отримаємо

$$\Psi_{su} = 0; \quad U_s = -\omega_0 \Psi_{sv} \Rightarrow \Psi_{sv} = -U_s / \omega_0. \quad (9)$$

З першого рівняння (6) одержимо

$$0 = L_s I_{su} + L_m I_{ru} \Rightarrow I_{su} = -k_s I_{ru}, \quad (10)$$

де $k_s = L_m / L_s$, $k_r = L_m / L_r$.

Вираз для проєкції струму I_{ru} визначимо з рівняння для електромагнітного моменту (8) з урахуванням виразів (9) і (10):

$$I_{ru} = -\frac{2M_c \omega_0}{3Nk_s U_s}. \quad (11)$$

Підставляємо співвідношення для потокозчеплень (7) у рівняння напруг ротора (5) і після перетворень одержимо

$$R_r I_{ru} = X_r s I_{rv} + X_m s I_{sv}; \quad -R_r I_{rv} = X_r s I_{ru} + X_m s I_{su}, \quad (12)$$

де $X_m = \omega_0 L_m$; $X_r = \omega_0 L_r$; $X_s = \omega_0 L_s$.

Тоді з урахуванням (10) і виразу (11) із другого рівняння (12) визначимо формулу для проєкції струму I_{rv} :

$$I_{rv} = \frac{2M_c \omega_0 s}{3Nk_s R_r U_s} (X_r - k_s X_m). \quad (13)$$

Підставляємо в перше рівняння (4) друге рівняння (6):

$$U_s = -X_s I_{sv} - X_m I_{rv} \Rightarrow I_{sv} = -\frac{U_s}{X_s} - k_s I_{rv}. \quad (14)$$

Підставляємо в (14) формулу (13):

$$I_{sv} = -\frac{U_s}{X_s} - \frac{2M_c \omega_0 s}{3NR_r U_s} (X_r - k_s X_m). \quad (15)$$

Далі з формули (2), з урахуванням виразів для проекцій I_{rv} і I_{sv} , одержимо формулу для реактивної потужності

$$Q_s = \frac{3U_s^2}{2X_s} + \frac{M_c \omega_0 s}{NR_r} (X_r - k_s X_m). \quad (16)$$

Проекцію струму I_{su} одержимо з виразу (10) з урахуванням (11):

$$I_{su} = \frac{2M_c \omega_0}{3NU_s}. \quad (17)$$

Підставляємо (17) у (3) і одержуємо вираз для активної потужності

$$P_s = \frac{M_c \omega_0}{N}, \quad (18)$$

який з урахуванням (8) може бути перетворений до наступного вигляду

$$P_s = \frac{3}{2} X_m (I_{sv} I_{ru} - I_{su} I_{rv}). \quad (19)$$

Виразимо струми у формулі (19) через параметри машини, напругу статора і ковзання. Для цього спочатку підставимо рівняння поточкозчеплень (6), (7) у рівняння напруг (4), (5) і, з урахуванням прийнятого допущення $R_s = 0$, запишемо отриману в такий спосіб систему рівнянь у матричній формі:

$$\begin{pmatrix} -X_s & 0 & -X_m & 0 \\ 0 & X_s & 0 & X_m \\ -X_m s & 0 & -X_r s & R_r \\ 0 & X_m s & R_r & X_r s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{sv} \\ I_{su} \\ I_{rv} \\ I_{ru} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_s \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (20)$$

Із системи (20) знаходимо струми за співвідношеннями:

$$I_{sv} = \frac{\Delta_{sv}}{\Delta}; \quad I_{su} = \frac{\Delta_{su}}{\Delta}; \quad I_{rv} = \frac{\Delta_{rv}}{\Delta}; \quad I_{ru} = \frac{\Delta_{ru}}{\Delta}, \quad (21)$$

де визначники, що входять у (21), дорівнюють:

$$\begin{aligned} \Delta &= \begin{vmatrix} -X_s & 0 & -X_m & 0 \\ 0 & X_s & 0 & X_m \\ -X_m s & 0 & -X_r s & R_r \\ 0 & X_m s & R_r & X_r s \end{vmatrix} = (X_s X_r - X_m^2)^2 s^2 + X_s^2 R_r^2; \\ \Delta_{sv} &= \begin{vmatrix} U_s & 0 & -X_m & 0 \\ 0 & X_s & 0 & X_m \\ 0 & 0 & -X_r s & R_r \\ 0 & X_m s & R_r & X_r s \end{vmatrix} = -U_s X_r (X_s X_r - X_m^2) s^2 - U_s X_s R_r^2; \\ \Delta_{su} &= \begin{vmatrix} -X_s & U_s & -X_m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & X_m \\ -X_m s & 0 & -X_r s & R_r \\ 0 & 0 & R_r & X_r s \end{vmatrix} = U_s s X_m^2 R_r; \\ \Delta_{rv} &= \begin{vmatrix} -X_s & 0 & U_s & 0 \\ 0 & X_s & 0 & X_m \\ -X_m s & 0 & 0 & R_r \\ 0 & X_m s & 0 & X_r s \end{vmatrix} = U_s X_m (X_s X_r - X_m^2) s^2; \end{aligned} \quad (22)$$

$$\Delta_{ru} = \begin{vmatrix} -X_s & 0 & -X_m & U_s \\ 0 & X_s & 0 & 0 \\ -X_m s & 0 & -X_r s & 0 \\ 0 & X_m s & R_r & 0 \end{vmatrix} = -U_s s X_m X_s R_r.$$

Підставляємо (21) у (19) і одержуємо вираз:

$$P_s = \frac{3}{2} X_m \left(\frac{\Delta_{sv} \Delta_{ru} - \Delta_{su} \Delta_{rv}}{\Delta^2} \right). \quad (23)$$

Якщо в (23) замість визначників підставити їх вирази (22), то після перетворень приходимо до формули, яка дозволяє виразити активну потужність через напругу і ковзання

$$P_s = \frac{3}{2} \frac{X_m^2 R_r U_s^2 s}{\left(X_s X_r - X_m^2 \right)^2 s^2 + X_s^2 R_r^2}. \quad (24)$$

Реактивна потужність (16) з урахуванням (18) перетвориться до вигляду

$$Q_s = \frac{3U_s^2}{2X_s} + \frac{P_s s}{R_r} (X_r - k_s X_m). \quad (25)$$

У формулу (25) замість P_s підставляємо її значення (24) і одержимо

$$Q_s = \frac{3U_s^2}{2X_s} + \frac{3}{2} \frac{X_m^2 U_s^2 s^2}{X_s} \frac{(X_s X_r - X_m^2)}{\left(X_s X_r - X_m^2 \right)^2 s^2 + X_s^2 R_r^2}. \quad (26)$$

Вирішуємо рівняння (24) щодо ковзання s як квадратне й одержуємо формулу для його визначення

$$s = m_1 U_s^2 - \sqrt{m_1^2 U_s^4 - m_2}, \quad (27)$$

$$\text{де } m_1 = \frac{3R_r X_m^2}{4P_s (X_s X_r - X_m^2)^2}; \quad m_2 = \frac{X_s^2 R_r^2}{(X_s X_r - X_m^2)^2}.$$

Підставивши ковзання (27) у формулу (26) і виконавши деякі перетворення, остаточно одержуємо вираз для реактивної потужності АМ як функції напруги статора

$$Q_s = m_3 U_s^2 + \frac{m_3 k_s k_r U_s^2 \left(m_1 U_s^2 - \sqrt{m_1^2 U_s^4 - m_2} \right)^2}{(1 - k_s k_r) \left[\left(m_1 U_s^2 - \sqrt{m_1^2 U_s^4 - m_2} \right)^2 + m_2 \right]}, \quad (28)$$

$$\text{де } m_3 = \frac{3}{2X_s}.$$

Реактивна потужність АМ визначається сумою двох доданків: реактивною потужністю намагнічування (перший доданок у (28)) і реактивною потужністю розсіювання (другий доданок у (28)). При підвищених напругах визначальний вплив має реактивна потужність намагнічування, а при знижених напругах переважає реактивна потужність розсіювання. Із зазначеного випливає, що вираз (28) як функція напруги ста-

тора має точку мінімуму, координати якої будуть змінюватися при різних значеннях активної потужності.

У роботі розраховуються функції $Q_s(U_s)$ як без урахування ефекту насичення магнітопровіда, так і з урахуванням цього ефекту. У [4] використовувалася наступна залежність індуктивності контуру намагнічування від величина потокозчеплення:

$$L_m = 1,504 L_{mH} \left(\frac{\Psi_s}{\Psi_{SH}} \right) \operatorname{ctg} \left(\frac{\Psi_s}{\Psi_{SH}} \right) = a \Psi_s \operatorname{ctg}(b \Psi_s), \quad (29)$$

де $a = 1,504 L_{mH} / \Psi_{SH}$; $b = 1 / \Psi_{SH}$.

Використовуючи вираз (9), перетворимо формулу (29) до вигляду

$$X_m = a U_s \operatorname{ctg}(b U_s), \quad (30)$$

де $a = 1,504 X_{mH} / U_{SH}$; $b = 1 / U_{SH}$.

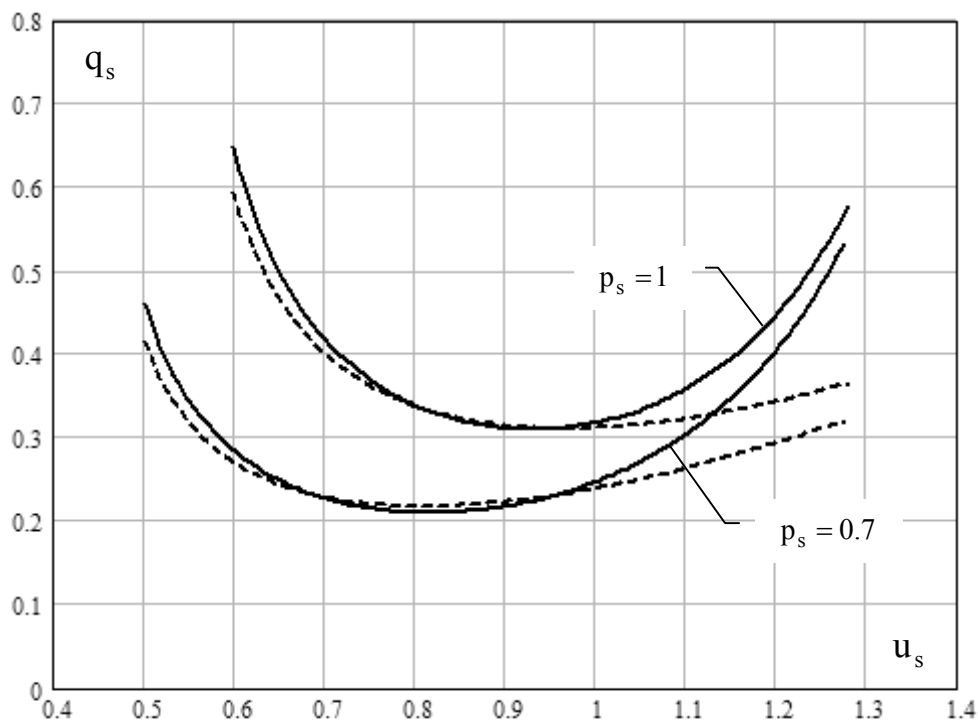


Рисунок 1 – Графіки залежності (28) реактивної потужності асинхронної машини від величини живильної напруги статора при різних активних потужностях: суцільна лінія – з урахуванням насичення магнітопровіду; пунктирна лінія – без урахування насичення магнітопровіду

Розрахунки були проведені для асинхронної машини типу 4A355S2У3 з наступними паспортними даними: $P_H = 250$ кВт; $U_{лн} = 380$ В; $n = 3000$ об/хв; $s_H = 0,02$; $\eta = 0,925$; $\cos \varphi_{SH} = 0,9$. Для інших АМ результати виходять аналогічні. На рис.1 представлені графіки залежності реактивної потужності АМ від напруги живлення статора. Усі величини представлені у відносних одиницях: $q_s = Q_s / S_H$, $u_s = U_s / U_{SH}$,

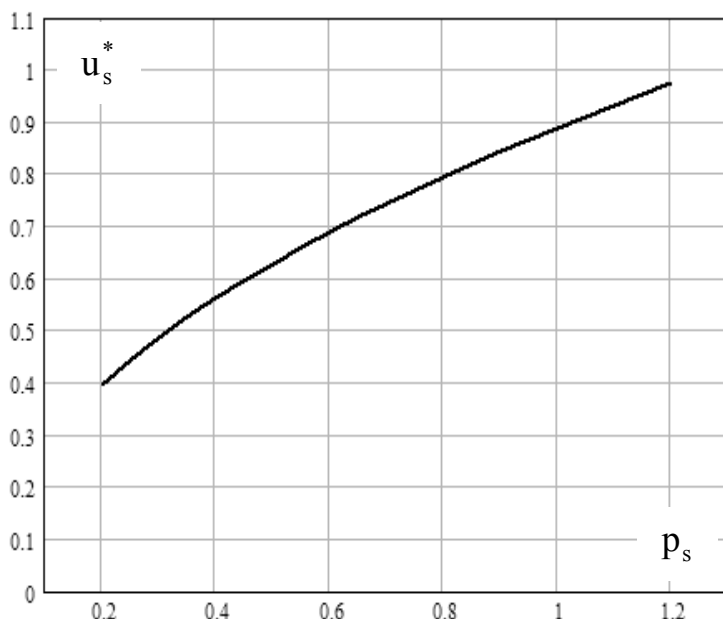


Рисунок 2 – Залежність значень напруги статора при яких функція (28) $Q_s(U_s)$ досягає мінімуму від активної потужності АМ

У роботі розраховане геометричне місце точок мінімуму функції (28) при різних активних потужностях. Для побудови такої залежності, показаної на рис.2, задавався ряд значень активної потужності P_s . При цьому змінюється тільки коефіцієнт m_1 у виразі (28). Далі методом золотого перетину відшукувалася напруга U_s , при якій функція (28) досягає мінімуму. У такий спосіб виходить залежність екстремальних значень напруги статора від активної потужності $u_s^*(p_s)$. Графік цієї залежності близький до лінійного.

Висновки. У роботі, виходячи із системи рівнянь АМ, виведена залежність реактивної потужності АМ від живильної напруги мережі. Досліджено математичні властивості функції $Q_s(U_s)$ з фізичним обґрунтуванням її унімодалності та наявності точки мінімуму. Отриманий вираз $Q_s(U_s)$ дозволяє визначити величину керуючого впливу на швидкодіючі пристрої компенсації реактивної потужності для стабілізації рівня напруги у вузлі електропостачання.

ЛІТЕРАТУРА

1. Сегеда М.С. Электричні мережі та системи. Львів: Львівська політехніка, 2009. 492 с.
2. Иванов В.С., Соколов В.И. Режимы потребления и качество электроэнергии систем электроснабжения промышленных предприятий. Москва: Энергоатомиздат, 1987. 336 с.
3. Попович М.Г., Лозинський О.Ю., Клепиков В.Б. Електромеханічні системи автоматичного керування та електроприводи. Київ: Либідь, 2005. 680 с.
4. Ключев О.В., Садовой О.В. Оптимизация энергетических характеристик асинхронного вентильного каскада. *Збірник наукових праць Дніпродзержинського державного технічного університету (технічні науки)*. Дніпродзержинськ: ДДТУ, 2016. Вип. 1(28). С. 73-81.

Надійшла до редколегії 16.10.2020.